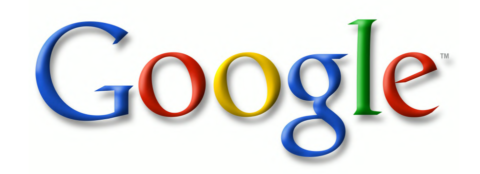


WISSENSCHAFT UND HYPOTHESE

XXII

E. GEHRCKE

PHYSIK UND ERKENNTNISTHEORIE

B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN



WISSENSCHAFT UND HYPOTHESE

XXII

PHYSIK UND ERKENNTNISTHEORIE

VON

E. GEHRCKE

MIT 4 FIGUREN IM TEXT

VERLAG VON B. G. TEUBNER · LEIPZIG UND BERLIN 1921

MEINEM LEHRER UND FREUNDE

ERNST GOLDBECK

ZUM 17. JANUAR 1921

Druck von B. G. Teubner, Dresden

VORWORT.

Die vorliegende Schrift will in erster Linie a n r e g e n. Es kommt hier nicht darauf an, das Grenzgebiet zwischen Physik und Erkenntnistheorie auch nur einigermaßen erschöpfend zu behandeln, sondern darauf, in dieses Grenzgebiet einzuführen. Die Abwesenheit jedes komplizierteren mathematischen Rüstzeugs ist durch die Natur des behandelten Gegenstandes gegeben, der es mit Prinzipien zu tun hat, also mit etwas Einfachem, das keine verwickelte mathematische Einkleidung nötig hat und durch solche nur verdunkelt werden würde; komplizierte Prinzipien gibt es nicht. Das wird solchen Physikern zweifelhaft erscheinen, denen das mathematische Gewand der Naturerscheinungen die Hauptsache, die Natur selbst nebensächlich ist. Aber nach Ablauf einer Epoche des Formalismus in der Physik dürften Bemühungen, die in die Tiefe gerichtet sind und die die Wurzel der Physik näher zu erkennen streben, am Platze sein. Das allgemeine, moderne Verlangen nach Naturphilosophie, nach Zusammenfassung von möglichst vielem Einzelwissen, nach allgemeineren Ausblicken aus der Enge des Spezialistentums kommt diesen Bemühungen entgegen. Wenn vermieden werden soll, daß auch diese philosophische Bewegung wieder zusammenbricht, so muß vor allem im Auge behalten werden, daß die Pflege gründlicher Spezialstudien nicht vernachlässigt werden darf. Welche Mischung aus Spezialwissen und allgemeinem Überblick in einem gegebenen Augenblicke für den Fortgang der Wissenschaft am dienlichsten ist, wird sich schwer angeben lassen, aber o h n e alle Philosophie können die Naturwissenschaften und die Physik nicht gedeihen.

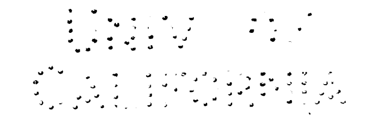
Den Herren Prof. Dr. Palágyi und Dr. Lau, welche so liebenswürdig waren, Korrekturbogen einzusehen, habe ich für ihre Bemühungen und für erteilte Ratschläge bestens zu danken.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

A. Allgemeines.

B. Besonderes.



A. Allgemeines.

Einleitung.

Auf die Naturphilosophie zu Anfang des 19. Jahrhunderts folgte eine Epoche, in der den Naturforschern alle Philosophie und besonders alle Naturphilosophie gründlich verleidet war. Damals wurde außer der Mathematik nur die strenge Schule des Experiments, die Feststellung positiver Erfahrungstatsachen von den Physikern und Chemikern geschätzt. Diese Richtung fand ihre Vertreter z. B. in dem Berliner Physiker Magnus und seiner Schule.

Man wird nicht umhin können, in der damaligen Ablehnung aller auf nicht experimentellem Boden erwachsenen Gedanken und Arbeiten eine Gesundung der exakten Naturwissenschaft zu erblicken, fegte sie doch eine Menge wertloser Spekulationen hinweg und verwies mit Nachdruck auf den unveräußerlichen Urgrund aller Naturforschung: auf Beobachtung der Natur. Andererseits wurde aber die neue Richtung extrem und einseitig und ihr begrenzter Geist hatte charakteristische Übertreibungen zur Folge: wenn z. B. die Abhandlung von Robert Mayer (1842) über das mechanische Wärmeäquivalent in Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie nicht zum Abdruck aufgenommen wurde, und wenn die gleiche Schriftleitung Helmholtz' Arbeit (1847) über die Erhaltung der Kraft, die später zuweilen als die bedeutendste Veröffentlichung in der Physik des 19. Jahrhunderts bezeichnet worden ist, nicht aufnahm, so sind solche Vorkommnisse nur aus dem Geist der Zeit heraus begreiflich; diese Veröffentlichungen von Mayer und Helmholtz fielen aus dem Rahmen der positiven experimentellen Forschungsrichtung heraus, und sie erinnerten auch in der Form zu sehr an die verachtete Naturphilosophie.

Als dann mehrere Jahrzehnte später der Physiker und Philosoph Mach den Versuch unternahm, die Naturwissenschaften philosophisch und psychologisch zu vertiefen, waren noch beträchtliche Widerstände in den Gehirnen der Naturforscher zu überwinden, und Mach erlebte gerade bei engeren Fachgenossen eine verständnislose, ja feindselige Beurteilung. Inzwischen ist dies anders geworden, die philosophische Richtung in den Naturwissenschaften ist heute mächtig erstarkt. Dem Modegeschmack folgend, ergeben sich sogar solche Autoren, die allen ans Philosophische streifenden Betrachtungen ablehnend gegenüberstanden, prinzipiellen und allgemeinen, dem engeren Bereich ihrer Wissenschaft fremden Studien. Diese neueste Strömung ist mittlerweile wieder auf dem Wege, durch ihre Extravaganzen die naturphilosophischen Bestrebungen abermals in Verruf zu bringen. Wenn beispielsweise von Vertretern exakter Wissenschaft verkündet wird, daß die „Zeit eine Funktion der Lichtgeschwindigkeit sei", daß man „in die Vergangenheit telegraphieren könne", so fragt man sich, ob auf die neue naturphilosophische Erhebung wieder ein tiefer Fall folgen soll. Es fehlt nicht viel und wir stehen wieder bei Hegel, der die Keplerschen Gesetze der Planeten aus begrifflichen Analogien und logischen Erwägungen abzuleiten suchte.[1]

Prinzipielle und erkenntnistheoretische Erörterungen werden es am wirksamsten dann zu Ansehen bei den Naturforschern bringen, wenn sie imstande sind, neue praktisch verwertbare Winke zu geben. Die Lehre vom Selbstzweck aller Wissenschaft ist zwar eine schöne, ideale Sache, und man soll diesen Selbstzweck keinem anderen, noch so edlen Zweck unterordnen; darüber aber besteht wohl kein Zweifel, daß die an die Praxis, das Handwerk sich anlehnenden Naturwissenschaften besonders deshalb gegenüber den anderen, älteren Disziplinen sich durchsetzen konnten, weil ihre praktische und technische Anwendung nachgerade überwältigend wurde. So wird auch nichts den Wert der erkenntnistheoreti-

[1] Hegel, Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften, Heidelberg 1827, S. 257—258.



schen Betrachtungen in der Physik besser deutlich zu machen imstande sein als der Hinweis auf den Nutzen. Solange man glaubt, daß solche Spekulationen rein akademische Angelegenheiten sind, die außerdem nur hinter den Resultaten der experimentellen und mathematischen Naturwissenschaft nachzuhinken vermögen, werden sie leicht als überflüssig gelten können. Sobald aber derartige Forschungen imstande sind, einen Anreiz zu neuen Fragestellungen im Rahmen der engeren Fachwissenschaft zu geben und neue, bisher unbekannte Ergebnisse zu zeitigen, wird die Sache anders; dann muß auch die erkenntnistheoretische und naturphilosophische Betätigung höher bewertet werden.

§ 1. Wahrheit.

Wir beginnen unsere Betrachtungen mit dem Hinweis auf das allgemeine und wissenschaftliche Bedürfnis, das als die Quelle und das Ziel aller Erkenntnis und so auch der Naturwissenschaften anzusehen ist: das Bedürfnis nach Wahrheit. Über die schwierige Definition der Wahrheit wollen wir uns hinwegsetzen, wir werden auch ohne sie hinreichend verständlich sein.

Die Wahrheit in der Mathematik heißt Richtigkeit. Die mathematische Richtigkeit ist eine konditionale Wahrheit, d. h. eine solche, die abhängig ist von gewissen Voraussetzungen in Form von Axiomen und Methoden des logischen Schließens. Die Mathematik ist die Wissenschaft des Denkbaren, des logisch Möglichen, die Naturwissenschaft aber ist die Wissenschaft des Wirklichen. Die Wahrheit über das Wirkliche in der Natur kann nur eine sein, während es logisch denkbare, d. h. widerspruchfreie Möglichkeiten einer Natur viele gibt. Die naturwissenschaftlichen Wahrheiten treten also in Gegensatz zu den mathematischen. Ein Beispiel mag dies noch verdeutlichen. Die Frage, ob die Summe der Winkel in einem Dreieck, das aus drei möglichst geraden Holzstangen gebildet wird, innerhalb der Beobachtungsfehler gleich zwei Rechten ist, kann die Mathematik nur konditional beantworten — je nachdem nämlich die Voraussetzung zutrifft oder nicht, daß der physikalische Raum,

in dem sich die drei Holzstangen befinden, die Eigenschaften des euklidischen Raumes oder die eines nichteuklidischen Raumes hat; die Naturwissenschaft aber kann diese Frage nur eindeutig mit einem voraussetzungslosen Ja oder Nein beantworten: entweder es ist so, oder es ist nicht so. Diese Eindeutigkeit des Urteils über irgendwelche Wahrheit in der Natur hat zum Grund den, daß die wirkliche Natur selbst eindeutig ist.

Die Aufgabe der Naturwissenschaften kann kurz so ausgedrückt werden: dem Menschen die Wahrheit über das Wirkliche in der Natur zu vermitteln. Daher ist die Wahrheit das Höchste für den Naturforscher, und das Streben nach ihr sein Hauptziel. Ein Naturforscher, der die Wahrheit nicht sucht, wird sie auch nicht finden und wird kein Glück mit seiner Arbeit haben. Wer auf das leise Unbehagen nicht reagiert, das sich z. B. bei der Mißdeutung einer Naturbeobachtung — zuliebe irgendeines Sonderinteresses — einstellt, der wird große Mühe haben, bleibende und sichere Ergebnisse zu ernten. Er wird vielleicht geistreiches Material, von Wissen und Geschicklichkeit zeugend, zutage fördern, auch Augenblickserfolge erzielen, aber der Tag kommt doch, an dem aller Flitter in ein Nichts zerrinnt, falls das Korn Wahrheit fehlte. Die Geschichte der Naturwissenschaften ist reich an solchen, wegen ihrer Geistreichigkeit bewunderten, nachher als falsch erkannten und vergessenen Verkennungen der Wahrheit.

Eine wesentliche Voraussetzung, die ein Naturforscher zu erfüllen hat, ist also die moralische: er muß wahrhaft sein und nach Wahrheit streben. Ein Naturforscher ohne den Trieb, das Wahre zu ergründen, wird zu einem Zauberkünstler oder Spieler, und eine Naturwissenschaft ohne den Begriff des Wahren und Wirklichen versänke in einem Meer von Möglichkeiten.

Es ist keineswegs immer leicht, ein wahrhafter Naturforscher zu sein. Voreingenommenheit für alte, durch Gewohnheit liebgewordene Gedankengänge, persönliche Zwangsverhältnisse, Autoritäten, alle diese können Feinde der Wahrheit und so der Naturwissenschaft sein. Die Verhältnisse des Lebens sind der Wahrheit nicht immer günstig und können dazu zwingen, sie zu schmä-

lern. Die naturwissenschaftlichen Wahrheiten sind auch keineswegs immer bequem oder angenehm zu hören, sie können unter Umständen die menschliche Eigenliebe und den Dünkel verletzen. Wem z. B. war der Gedanke behaglich, daß sich die Erde mit all ihren Menschen, Völkern und Dingen als verhältnismäßig kleiner Körper um die riesige, glühende Sonne herumwälzt? Ein großer Teil des starken Widerstandes, dem die Lehre von der Bewegung der Erde früher begegnete, dürfte aus dem Umstand entspringen, daß sie die menschliche Eitelkeit, die das „Zentrum der Welt" dem Menschen nahe gerückt wissen wollte, verletzte. Und so ist es auch mit vielen anderen Wahrheiten der Naturwissenschaft. Der Forscher, der eine neue Wahrheit entdeckt, hat nicht nur die sachlichen Schwierigkeiten der Materie zu überwinden, er hat meist auch gegen das Übelwollen von Menschen und gegen die Trägheit der Gehirne anzukämpfen. Das alles zeigt, wie richtig neben intellektuellen und technischen Fähigkeiten für den Naturforscher die moralische Festigkeit ist, die ihn unbekümmert um alle Hindernisse seinen Weg zur Wahrheit gehen läßt.

In neuerer Zeit ist der Satz geprägt worden, daß es in der Naturwissenschaft nicht auf die Wahrheit, sondern auf die Fruchtbarkeit ankomme. Aber dieser Satz ist wohl nur die drastische Formulierung eines an sich nützlichen Gedankens, und er würde nie ausgesprochen worden sein, wenn das Auffinden neuer Wahrheiten *leicht* wäre. Die großen sachlichen Schwierigkeiten, die der Enthüllung des richtigen, wahren Tatbestandes sehr oft im Wege stehen, führen zu dem Notbehelf, zunächst nur nach *irgendeiner*, mehr oder weniger hypothetischen Auffassung zu suchen, die ein ungefähres Bild der Erscheinungen geben mag, das sich gedächtnismäßig festhalten läßt, das gestattet, Schlüsse zu ziehen und Ordnung in einen größeren Tatsachenkomplex hineinzubringen, ohne daß die zugrunde gelegte Auffassung gleich die endgültig richtige, wahre zu sein braucht. Wenn ich z. B. die Druck- und Temperaturverhältnisse der Luft beschreiben will, so kann ich die Anschauung zugrundelegen, daß die Luft

eine den gegebenen Raum kontinuierlich erfüllende Materie sei, welche bis zu beliebiger Feinheit unterteilbar ist, ohne je aufzuhören, Luft zu sein; mathematisch ausgedrückt: daß die in einem Volumen V enthaltene Luftmasse m eine Dichte besitzt, die durch den Differentialquotienten $\frac{dm}{dV}$ ausdrückbar ist. Mit einer solchen Auffassung kann man schon viel erreichen; man kann z. B. die meteorologischen Erscheinungen von Wind und Wetter damit beschreiben und zutreffende Schlüsse darauf aufbauen. Und doch scheint die feinere Untersuchung zu zeigen, daß die zugrundegelegte Ansicht von der kontinuierlich raumerfüllenden Luft nicht haltbar ist, daß sie nur eine bedingte, angenäherte Genauigkeit hat, daß sie also keine volle Wahrheit, d. h. im Grunde keine Wahrheit darstellt. Der Satz: es kommt nicht auf die Wahrheit, sondern auf die Fruchtbarkeit an, soll also wohl nur besagen: auch eine falsche Voraussetzung kann fruchtbar sein und ist in Ermangelung der Wahrheit zu verwenden. Es wird aber kein Naturforscher deshalb darauf verzichten wollen, der Wahrheit nachzustreben, weil mitunter das Falsche Wert hat.

§ 2. Wahrnehmung.

Jede empirische Wissenschaft setzt etwas voraus, von dem man sagt: „es ist". Das, was ist, heißt Wirkliches. In der Naturwissenschaft heißt die Gesamtheit alles Wirklichen „Natur".

Das Erkennen des Wirklichen ist keineswegs leicht; oft erweist sich für wirklich Gehaltenes nachträglich als unwirklich. Das am sichersten Wirkliche, sozusagen die höchste Wirklichkeit, der oberste Richter aller Meinungsverschiedenheiten der Naturforscher ist die direkte Wahrnehmung. Unter direkter Wahrnehmung ist verstanden: das mit den Sinnen in der Gegenwart lebendig erfaßte Gegebene, also das Sinneserlebnis. Driesch[1] spricht hiervon als zur ersten Wahrnehmungsstufe gehörig. „Dieser Baum", „dieses Haus", das ich sehe, betaste usw. ist als Empfindungsinhalt unleugbar für mich wirklich. Es ist

[1] Driesch, Naturbegriffe und Natururteile 1904, S. 4.



auch wirklich für die Wissenschaft. Eine größere Sicherheit für die Wirklichkeit eines Naturvorganges als sein direktes Erleben in der Gegenwart läßt sich nicht angeben; diese Wirklichkeit nehmen wir wahr, und nehmen sie für wahr.

Die direkte Wahrnehmung, die erste Stufe des Wirklichen, faßt zunächst ein unübersichtliches Chaos, einen Totaleindruck, auf. Dieser, das Empfinden, wird auch kurz als „allgemeiner Eindruck" beim Wahrnehmungsakt bezeichnet. Zu ihm kommt sogleich ein zweites: wir verarbeiten, meist unbewußt, im Geiste den allgemeinen Eindruck, wir bilden Assoziationsreihen, Gedanken, und erst diese machen aus einer bloßen Empfindung eine Wahrnehmung.[1] Die assoziative Verknüpfung des allgemeinen Eindrucks mit Vorstellungsketten führt auf das Denken, und damit zum Grund aller Wissenschaft und allen Irrtums. Der allgemeine Eindruck beim Wahrnehmungsakt ist stets wahr, nie falsch; auch nicht bei einer Halluzination. Das halluzinatorisch Wahrgenommene ist immer ein wirkliches Erlebnis, also wahr, aber die Deutung, z. B. daß ein halluzinatorisch gesehener Gegenstand real existiere, ist falsch. Das Falsche kommt also erst durch die Verarbeitung im Denken zustande.

Zu dem in der Gegenwart Wahrgenommenen kommt noch vieles in der Erinnerung Vorgestellte als Wirkliches hinzu: die Sonne, die ich gestern untergehen sah, erachte ich heute als etwas, das sicher gestern wirklich war. Dieses Wirkliche ist kein direkt Wahrgenommenes, sondern nur ein in der Erinnerung Vorgestelltes, das als zeitlich früheres Wirkliches zum wahrgenommenen Wirklichen hinzukommt. Auch das in der Erinnerung Wahrgenommene rechnet Driesch zur ersten Wirklichkeitsstufe. Das Wirkliche der ersten Stufe besteht also aus einer zeitlichen Kette von Wirklichkeiten, die wie die einzelnen Bilder eines kinematographischen Films vom Denken ordnungsmäßig gesetzt

[1] Die feinere Analyse des Wahrnehmungsvorganges zeigt, daß auch in ihm schon Hypotehsen stecken. Ein Beweis hierfür sind u. a. die sogenannten optischen Täuschungen, welche dartun, daß im Wahrnehmungsvorgang nicht nur eine Aufnahme, sondern auch eine Verarbeitung der Reize geschieht.



sind. Das Denken schafft Ordnung in dem Chaos von direkten und erinnerten Wahrnehmungen, trifft eine bestimmte Wahl unter den Gruppierungsmöglichkeiten und behauptet, eine ganz bestimmte Ordnung sei die wirkliche, sei dieselbe wie die Ordnung der Natur.

Das Denken erachtet ferner noch solches als wirklich, was nicht wahrgenommen wird. Auch in der Gegenwart nicht Wahrgenommenes wird oft als Wirkliches der Gegenwart gesetzt: „Der Tisch 'hinter mir' z. B. ist auch wirklich, ob ich ihn schon 'jetzt' nicht sehe; das Kleid 'im geschlossenen Schrank' ist wirklich", usw. Driesch nennt diese Erweiterung des Wirklichen die „zweite Stufe des Wirklichen"; durch diese wird das Wirkliche eigentlich erst vom Wahrgenommenen verschieden.

Wennschon etwas Wirkliches der zweiten Stufe noch immer Wirkliches sein mag, so ist es dieses doch keineswegs mehr so sicher und unzweifelhaft wie das Wirkliche der ersten Stufe. Zugegeben z. B., daß der Tisch, den ich 'hinter mir' vor 20 Minuten sah, damals wirklich war; was verbürgt mir zu glauben, daß er es noch ist? Er kann, seitdem ich ihn nicht sah, zu Asche verbrannt worden sein. Wenn ich also trotzdem behaupte, daß etwas, was ich nicht wahrnehme (wie der Tisch 'hinter mir'), wirklich sei, so mache ich damit eine Annahme, eine Hypothese. Die Richtigkeit derselben läßt sich nur annehmen, aber nicht beweisen, auch dann nicht, wenn ich mich durch direkte Kontrolle zu überzeugen suche; denn wenn ich z. B. mich umdrehe und feststelle, daß der Tisch hinter mir wirklich ist, so besteht darin noch kein Beweis, daß dieser Tisch vorher, als ich ihn nicht sah, wirklich war; der Tisch, den ich jetzt sehe, kann ein anderer sein als der frühere und z. B. eben erst dorthin gestellt worden sein. Andererseits aber kann meine Hypothese auch zutreffen, und es dürfte im allgemeinen unmöglich sein, zu beweisen, daß der Tisch, an dem ich schreibe, nicht derselbe ist wie der, an dem ich gestern saß.

Es ist also ersichtlich: eine Tatsache, etwas Wirkliches in der Natur, läßt sich nur beweisen durch den Rückgang auf die erste

Wirklichkeitsstufe. Der zweiten Wirklichkeitsstufe kann man Glauben entgegenbringen, mehr nicht. Aber deshalb kann doch der Inhalt der zweiten Wirklichkeitsstufe wahr sein.

Ein Beweis in der Naturwissenschaft ist etwas ganz anderes als ein Beweis in der Mathematik: letztere geht aus von unbewiesenen, für denkbar gehaltenen Voraussetzungen, also von Voraussetzungen, die etwas Denkmögliches zum Gegenstand haben, und leitet aus solchen Voraussetzungen mittelst für richtig erachteter Schlußweisen Folgerungen ab. Der Beweis für eine Naturwahrheit aber steht auf direktem Wahrnehmen, das nicht nur denkmöglich, sondern außerdem wirklich ist. Vermag man den Rückgang auf die erste Wirklichkeitsstufe nicht anzutreten, so ist ein Beweis in der Naturwissenschaft überhaupt nicht zu führen; man kann dann allenfalls Annahmen machen, die man für Wirklichkeit erachtet, aber nur ein Mehr oder Weniger von Glauben für die Wahrheit der Annahmen, d. h. für die Wirklichkeit ihres Inhalts, beibringen. Die Wahrheit einer Annahme ist aber andererseits nicht dadurch widerlegt, daß ich nur meinen Glauben an sie vorbringe.

Auf die Frage, was das Wirkliche in der Natur sei, sind die verschiedensten Antworten gegeben worden. Wie auseinandergesetzt wurde, ist für uns in letzter Hinsicht das Wirkliche nur als das Wahrgenommene der ersten Wirklichkeitsstufe gegeben. Das Wirkliche der zweiten Stufe ist hypothetisch. Dieser Standpunkt ist im wesentlichen auch derjenige von Mach, welcher die Naturforscher darauf hinwies, daß unser Wahrnehmungsinhalt der Gegenstand der Naturforschung sei, und nicht irgendwelche „Dinge an sich", die von unseren Empfindungen völlig losgelöst sind. Der Standpunkt Machs der Natur gegenüber wird bezeichnet als Positivismus oder als Phänomenologie. Man darf sich nicht dadurch irre machen lassen, daß die Sinnesempfindungen häufig als unterste Stufe des Bewußtseins im Sinne einer untergeordneten, weniger edlen Stufe hingestellt werden, während das logische Denken oft als die oberste Stufe des Bewußtseins gilt. Man denke daran, daß bei allen Organismen

die Grundlage der Intelligenz in einer Betätigung der Sinne besteht; aber aus diesem Sachverhalt ist kein Werturteil zu begründen, sondern nur, daß die Grundlage des Denkens nicht das Denken selbst ist. Sehr häufig pflegen Werturteile, welche Empfindung und logisches Denken einander gegenüberstellen, eine Voreingenommenheit zugunsten des logischen Denkens zu enthalten, und so bewunderungswürdig auch dessen Funktion sein mag, das Empfinden und Wahrnehmen ist es nicht minder; das Denken ist stets blaß und wird uns niemals die volle, ursprüngliche Tiefe einer Wahrnehmung darbieten. Die ganze Frage, ob das Wirkliche im Wahrnehmungsinhalt liegt oder im Denken oder in beiden oder sonstwo, ist im übrigen nicht etwa als „eine in unserer Willkür liegende Ansichtssache" aufzufassen, sondern die darauf gegebene Antwort ist entweder richtig oder falsch. Die Entscheidung darüber, so schwer sie sein mag, liegt außerhalb unserer Willkür und unserer Zweckabsichten.

Fragt man einen einfachen Mann mit gesundem Menschenverstand, was er für das Wirkliche hält, so wird er kaum auf den Inhalt seiner eigenen Wahrnehmungen kommen. Er wird vielmehr auf die Körper seiner Umgebung, auf seine Mitmenschen und auf viele andere Dinge hinweisen, und wird erklären, alles dies sei das Wirkliche. Seinen eigenen Wahrnehmungen wird er mehr Mißtrauen schenken als seinen Begriffen von Stoff, Ursache und Wirkung. Dieser Standpunkt ist als naiver Realismus bezeichnet; er stellt keinen Widerspruch gegen die Phänomenologie dar, wohl aber einerseits eine starke Beschränkung derselben, andererseits eine Bereicherung mit Hypothesen: die Beschränkung liegt darin, daß nur ein geringer Teil des Wahrnehmungsinhaltes vom naiven Realismus berücksichtigt wird, besonders der auf die sogenannte Außenwelt bezügliche. Die Bereicherung liegt darin, daß auch in außerhalb der Wahrnehmung liegenden Vorstellungen und Begriffen, wie z. B. Stoff, Ursache und Wirkung usw., Wirkliches erblickt wird. — Der naive Realismus ist viel verspottet worden, und es wäre auch merkwürdig, wenn alles, was er behauptete, zutreffend sein sollte. Er hat

aber unzweifelhaft für sich, daß diejenigen Menschen ihm huldigen, die sich im praktischen Leben betätigen; auch der theoretische Gegner des naiven Realismus pflegt sogleich zum naivrealistischen Standpunkt des Handwerkers zurückzukehren, wenn er praktisch handelt. Um ein drastisches Beispiel anzuführen: der Philosophieprofessor, der uns soeben eine weltentrückte, idealistische Lehre vorgetragen hat, ist meistens doch nicht so weit konsequent, um sich nachher am Biertisch nicht auf den naiv-realistischen Boden zu stellen. Die Bedeutung des naiven Realismus dürfte darum unzweifelhaft sein, er ist nachgerade hinreichend verspottet worden. Der theoretische Sinn des naiven Realismus liegt darin, daß er Hypothesen, die über das Wirkliche der zweiten Wahrnehmungsstufe hinausgehen, einführt. Man kann sich die beiden Fragen stellen, ob solche Hypothesen nötig und ob sie wahr sind. Aber der naive Realismus muß nicht deshalb irrig sein, weil sich kein Beweis für die Richtigkeit seiner Behauptungen erbringen läßt.

§ 3. Abhängigkeit physikalischer Eigenschaften der Körper von der Größe der räumlichen Abmessungen.

Wir wollen nunmehr etwas Wirkliches A im Raume betrachten und ferner dazu ein zweites Wirkliches B, das die Eigentümlichkeit besitzt, dem A geometrisch ähnlich zu sein. Betrachten wir z. B., wie Galilei[1], eine große Maschine A, die in allen Teilen einer kleinen Maschine B geometrisch ähnlich gebaut ist; das Material, aus dem die beiden Maschinen bestehen, sei dasselbe. Dann wird die Festigkeit der großen Maschine keineswegs ebenso groß wie die der kleinen sein, sondern geringer, und es kann geradezu kommen, daß die kleine Maschine vorzüglich arbeitet, während die große beim geringsten Anlaß zusammenbricht. Dies weiß jeder Techniker. — Ein anderes, ebenfalls von Galilei behandeltes Beispiel dieser Art ist ein an einem Ende in die Wand eingemauerter Balken, der horizontal frei aus der Wand heraus-

[1] Unterredungen und Demonstrationen, 1638; Ostwalds Klassiker Nr. 11, S. 4 ff.

ragt; ein zweiter, dem ersten geometrisch ähnlicher Balken, der etwa die zehnfache Länge, zehnfache Breite und zehnfache Tiefe besitzt und ebenso fest eingemauert ist, wird unter Umständen sofort durchbrechen, während der erstere kleinere Balken sich selbst bequem trägt. Dieses und ähnliche Beispiele zeigen, daß die Festigkeit der Naturkörper nicht erhalten bleibt, wenn man die räumlichen Dimensionen geometrisch ähnlich vergrößert. Man kann dies auch so ausdrücken: die Festigkeit hängt von der absoluten Größe der Körper ab.

Ebenso wie mit der Festigkeit und der Elastizität der Körper steht es auch mit anderen Eigenschaften. Auch die Gravitation nimmt z. B. Bezug auf die absoluten Abmessungen der räumlichen Dimensionen: Zwei einander gleiche Holzkugeln H, deren Zwischenraum gleich dem Radius jeder Kugel sein möge, ziehen sich mit geringerer Gravitationskraft an als zwei den Holzkugeln gleich schwere Bleikugeln B, deren Zwischenraum ebenfalls gleich dem Radius sein möge.

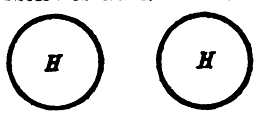


Fig. 1

Zu den angeführten Beispielen könnten unzählige andere aus den verschiedensten Gebieten der Physik hinzugefügt werden; wir finden eine Abhängigkeit der Erscheinungen der Gravitation, Elastizität, Elektrizität, des Magnetismus usw. von der Größe der räumlichen Abmessungen. Man kann diese Tatsache auch so ausdrücken: das Naturgeschehen ist ein räumlich absolutes, das keine Verkleinerung oder Vergrößerung der räumlichen Abmessungen verträgt, ohne die Gesamtheit, den Ablauf der Erscheinungen zu ändern; eine Natur, in der alle Körper unserer Natur enthalten wären, nur mit dem Unterschiede, daß alle räumlichen Abmessungen geometrisch ähnlich verändert wären, würde einen völlig anderen Ablauf haben als unsere Natur.[1]

[1] Es wird oft erörtert, daß wir von einer Verzerrung der gesamten Welt, in der sich z. B. alle Körperdimensionen auf das n-fache vergrößern, nichts merken würden. Hierzu ist zu bemerken, daß wir, wie oben erläutert, durchaus etwas merken würden, wenn lediglich alle Körperdimensionen auf das

Die Naturgesetze, die ja die kurze Formulierung von bestimmt umgrenzten Erscheinungsgebieten sind, nehmen ebenfalls Bezug auf absolute räumliche Abmessungen. Z. B. das Gravitationsgesetz

$$K = f \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

enthält diese Bezugnahme; dies drückt sich dadurch aus, daß die Konstante f ihren Wert ändert, wenn man die Abstände r der Massen in einem anderen Längenmaß mißt, also z. B., wenn man von m zu cm übergeht.

Die physikalischen Gesetze unterscheiden sich demnach wesentlich von denen der Geometrie. Es ist allgemein bekannt, daß kein geometrischer Lehrsatz der euklidischen Geometrie eine Änderung erleidet, wenn man die Figur geometrisch ähnlich verändert. So z. B. ist die Winkelsumme im Dreieck für beliebig große, wie für beliebig kleine Dreiecke dieselbe, nämlich zwei Rechte. Der Umfang eines Kreises vom Radius r ist $= 2\pi r$, ohne daß der Zahlenfaktor 2π seinen Wert ändert, wenn ich einmal r in *cm*, das andere Mal in *m* messe. Die empirisch gegebene, durch tägliche Beobachtungen festgestellte Abhängigkeit des Geschehens von der absoluten räumlichen Größe der Naturkörper ist also sozusagen die natürlichere gegenüber der mathematischen, durch die euklidische Geometrie gemachten Voraussetzung, daß die geometrischen Gesetze, d. h. der Inhalt aller Lehrsätze der Geometrie, unabhängig von der absoluten Größe der Figuren ist. Diese mathematische Voraussetzung ist einerseits einfacher als die Voraussetzungen des Naturgeschehens, andererseits aber weniger natürlich, wenn wir als „natürlich" eine Voraussetzung ansehen, die uns durch Wahrnehmung nahe gelegt wird. In den nichteuklidischen Geometrien liegen allerdings die Dinge anders. Hier hängen die Lehrsätze von der absoluten Größe der Figuren ab; z. B. ist in der

n-fache vergrößert würden und sonst nichts; andererseits kann natürlich immer eine solche, mit dieser räumlichen Verzerrung Hand in Hand gehende Verzerrung sämtlicher Naturgesetze ausgedacht werden, daß das Naturgeschehen in seinem Ablauf ungeändert bleibt; dies gilt also nur dann, wenn außer den räumlichen Abmessungen die Naturgesetze geändert werden.

Bolyai-Lobatschewskischen Geometrie die Winkelsumme in großen Dreiecken eine geringere als in kleinen Dreiecken. Hierauf wird erst später eingegangen werden; es genüge an dieser Stelle der Hinweis darauf, daß alle Sätze der euklidischen Geometrie von physikalischen Sätzen grundlegend verschieden sind, indem die absolute Größe der Gegenstände in der Physik der relativen der Gegenstände der euklidischen Geometrie gegenübersteht. In diesem Zusammenhang darf nicht versäumt werden, auf gewisse moderne Schlagworte aufmerksam zu machen, die in wissenschaftlichen Zeitschriften, in Unterhaltungsschriften und sogar in der Tagespresse heute oft wiederkehren und etwa lauten: es ist alles relativ, Absolutes gibt es nicht, nur das Relative hat einen Sinn. Man kann mit solchen Aussprüchen, wenn man ihnen einen bestimmten Sinn unterlegt, einen richtigen Gedanken verbinden, aber diese Thesen sind nicht richtig, wenn man sie auf unsere obigen Darlegungen anwenden wollte, die die Abhängigkeit des Naturgeschehens von der absoluten Größe der Naturkörper feststellten.

Auch die Erscheinungen des Vakuums — also des physikalischen Raumes, der bei Fortnahme aller Materie (durch Auspumpen) übrig bleibt — hängen von der absoluten Größe des Vakuums ab. Wenn wir z. B. Lichtsignale durch ein Vakuum schicken, so hängt die Zeitdauer derselben von der im Vakuum zurückgelegten Strecke ab, also von der absoluten räumlichen Länge des Vakuums. Dies kommt in den Gesetzen des Vakuums ebenfalls zum Ausdruck. So enthalten z.B. die Maxwellschen elektromagnetischen Grundgleichungen der Elektrodynamik, die im Vakuum gelten, eine Zahlenkonstante C, welche nicht willkürlich ist, sondern u. a. von der zugrunde gelegten räumlichen Maßeinheit abhängt; die Konstante hat den Wert 3×10^{10}, wenn die Einheiten cm für die Strecke, Sekunde für die Zeiteinheit zugrunde gelegt werden.

§ 4. Die absoluten Grenzen der Anschauungsfelder.

„Anschaulich" heißt eine Vorstellung, die wir uns in Erinnerung an eine direkte Sinneswahrnehmung bilden. Anschaulich ist

in diesem Sinne z. B. die Länge eines Stockes, die Helligkeit einer Lampe usw. Alle sind sich darüber einig, daß sehr große Strecken außerhalb unserer anschaulichen Vorstellungen liegen. So ist z. B. das in der Astronomie gebräuchliche Längenmaß, das Lichtjahr —, nämlich die Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt, ungefähr 10^{13} km (in Worten: zehntausend Milliarden Kilometer) —, nicht mehr anschaulich vorstellbar; wenn wir hören, daß irgendein Fixstern 3 Lichtjahre von uns entfernt ist, so ist die Angabe nur noch abstrakt, begrifflich, und nicht anschaulich aufzufassen. Auch für sehr kleine Strecken, z. B. die Wellenlänge harter Röntgenstrahlen (10^{-9} cm, in Worten: ein tausendmillionstel Centimeter), fehlt jede anschauliche Vorstellung. Also ist ersichtlich, daß es Grenzen geben muß, innerhalb deren unsere anschaulichen räumlichen Vorstellungen eingeschlossen sind.

Was nun die Grenzen der anschaulichen Vorstellung der Strecke anlangt, so können sie ungefähr angegeben werden. 1 cm kann sich jeder vorstellen, auch noch 1 mm, viele wohl auch noch $^1/_{10}$ mm. Es ist aber kaum glaublich, daß es jemanden gibt, der sich Größen von $^1/_{1000}$ mm noch anschaulich vorstellen kann; alle Größen von dieser oder noch geringerer Kleinheit sind für unsere Anschauung nicht mehr voneinander verschieden, sondern einfach „sehr klein". Die obere Grenze, zu der eine Strecke räumlich „angeschaut" werden kann, möchte ich bei etwa 100 km vermuten; von dieser Entfernung wird ein Bergsteiger oder Luftfahrer wohl noch eine anschauliche Vorstellung haben können. Bei Festsetzung dieser, natürlich individuellen Grenzen von $^1/_{1000}$ mm und 100 km würde also die kleinste anschauliche Strecke zur größten im Zahlenverhältnis $1:10^{11}$ stehen.

Bei Zeitdauern liegen die Verhältnisse analog. Wenn wir $^1/_{10}$ Sekunde als die kleinste, 50 Jahre als größte von einem Erwachsenen noch anschaulich vorstellbare Zeitspanne nehmen, so ist das Zahlenverhältnis der Grenzen rund $1:10^{10}$.

Bei Gewichten werden wir etwa $^1/_{10}$ g als unterstes, 1000 kg als höchstes, anschaulich vorstellbares Gewicht ansetzen können und kommen so zu einem Zahlenverhältnis von $1:10^7$.

Helligkeiten, Temperaturen und andere Wahrnehmungen lassen ebenfalls eine obere und eine untere Grenze erkennen, innerhalb deren das anschauliche Vorstellen liegt. Allen diesen Grenzen entspricht ein „unterer Schwellenwert der Empfindung" und ein „oberer Grenzwert der Empfindung". Was unterhalb des Schwellenwertes liegt, wird überhaupt nicht mehr empfunden, was oberhalb des oberen Grenzwertes liegt, wird zwar noch empfunden, aber nicht mehr von anderen, oberhalb des oberen Grenzwertes liegenden Empfindungen unterschieden. In der anschaulichen Größenvorstellung bewegen wir uns deshalb innerhalb des Bereiches der beiden genannten Grenzen.

Die so gefundenen Bereiche anschaulich vorstellbarer Größen sind absolut: sowohl die untere, wie die obere Grenze bezeichnet eine zwar nicht scharf, aber angenähert bestimmte, ausgezeichnete Grenze; diese ist durch keinerlei andere Manipulationen verschiebbar als durch Übung und Anstrengung der direkten Sinneswahrnehmungen. Die Frage, ob sie durch technische Hilfsmittel erweitert werden kann, scheint auf den ersten Blick zu bejahen zu sein, doch ist zu bedenken, daß ein technisches Hilfsmittel, z. B. ein Mikroskop, uns zwar einen Einblick in eine nichtvorstellbare Welt kleiner Dinge verschafft, aber nur dadurch, daß sie die für unsere Wahrnehmung und anschauliche Vorstellung unzugänglichen Dinge in Größen unserer Anschauung übersetzt, ohne damit unsere Wahrnehmung selbst zu verfeinern.

Nur das begriffliche Denken ist imstande, für sich die Grenzen der Anschauung zu überschreiten; weit über die anschauliche Vorstellung hinaus geht die logische Konstruktion. Z. B. die anschauliche Strecke wird vom Denken beliebig verlängert und verkürzt; dieses Verlängern oder Extrapolieren ist aber ein rein begriffliches, unanschauliches, und das Verkürzen oder Interpolieren desgleichen. Diesen logischen Konstruktionen sind erst da Grenzen gesetzt, wo logische Widersprüche auftauchen. So entsteht durch Extrapolation bis an das logisch denkbare Ende der Begriff des unendlich Großen, durch Interpolation der Begriff des unendlich Kleinen. Natürlich können dies nur Begriffe,

Denkmöglichkeiten, logische Konstruktionen sein, nicht Gegenstand einer Wahrnehmung oder Anschauung.

In obigem Sinne können wir auch von Zahlen reden, die anschaulicher Vorstellung zugänglich sind. Ein Zahlenverhältnis 1 : Million ist z. B. von jedem zivilisierten Menschen anschaulich vorstellbar; jeder kann sich vorstellen, daß ein Kilometer mit lauter Millimeterstrichen versehen ist, d. h. mit 1 Million Strichen. Der naive Mensch kennt ebensowenig sehr große Zahlen wie einen unendlichen Raum, und so war im Altertum die Aufstellung sehr großer Zahlen durch Archimedes eine Entdeckung und wurde als etwas Neues, Merkwürdiges angesehen; der Gebildete von heute hat eine gewisse Mühe nötig, sich diesen Hergang verständlich zu machen.

Die nicht willkürlich und beliebig veränderlichen und in diesem Sinne absoluten Grenzen unseres Anschauungs- und Wahrnehmungsfeldes und die für uns absolute Größe jedes im Anschauungsfelde liegenden Gegenstandes ist sicherlich bedingt durch unseren Organismus, also durch den Aufbau unseres Körpers und durch die Prozesse, die sich in ihm abspielen. Diese sind als Naturprozesse bedingt durch ihre räumlichen, absoluten Abmessungen (vgl. § 3), und wir haben also in der Begrenztheit unserer Wahrnehmungen und anschaulichen Vorstellungen das Walten einer Natur vor uns, die keine geometrisch ähnliche Vergrößerung oder Verkleinerung verträgt, ohne sich selbst in ihrem Ablauf zu ändern.

§ 5. Endliche Anzahl der näherungsweise definierbaren Anschauungsgrößen.

Erörtern wir nunmehr mehrere Gegenstände eines Wahrnehmungsfeldes, z. B. Strecken, die wir an einem Naturgegenstand unterscheiden. Jede Strecke an einem wahrgenommenen Gegenstand, z. B. die Länge eines Balkens, hat eine anschaulich vorstellbare Größe und unterscheidet sich der Größe nach von anderen Strecken. Sämtliche zwischen unseren Anschauungsgrenzen (vgl. § 4) eingeschlossenen Strecken bilden eine Skala, wenn



wir sie der Größe nach ordnen. Die Größe der Strecken ist nach oben und unten begrenzt, sie liegt nämlich zwischen etwa 10^{-8} mm und 10^{8} mm (vgl. § 4); die Anzahl dieser anschaubaren, voneinander unterscheidbaren Strecken ist sehr groß, aber keineswegs beliebig groß: es lassen sich zwischen irgend zwei Strecken nicht ∞ viele, sondern nur eine *endliche* Anzahl von untereinander *anschaulich* noch unterscheidbaren Strecken legen. Der Längenunterschied zweier, gerade eben noch voneinander trennbarer Strecken mag mit 10^{-8} mm angesetzt werden; dann würde folgen, daß die gesamte Anzahl der verschieden langen, anschaulich unterscheidbaren Strecken $= 10^{11}$ ist.[1]

Ebenso hätten wir gemäß § 4 die Zahl 10^{9} Anschauungs*zeiten* verschiedener Größe auf unserer anschaulichen Zeitskala, 10^{7} Anschauungs*gewichte* auf unserer Skala anschaulich verstellbarer Gewichte, usw.

Erst durch *Interpolation* zwischen anschaulichen Größen, also durch einen der Anschauung und Wahrnehmung fremden Akt, durch abstraktes Denken, entsteht eine *unendlich* große Anzahl von den der Größe nach verschiedenen Strecken zwischen zwei beliebigen Anschauungsstrecken, und damit das mathematische *Kontinuum* von Raumgrößen. Ebenso entstehen die idealen Kontinua der Zeitgrößen, Gewichte usw. erst durch logisches Abstrahieren. Wir können die Anwendung der obigen *endlichen* Skala auf die Natur durch *direkte* Wahrnehmung auf ihre Richtigkeit prüfen, dagegen sind wir außerstande, die Anwendung der interpolierten und extrapolierten Skala, also des Kontinuums, durch Sinneswahrnehmung scharf zu prüfen; die Übertragung des Kontinuums auf die Natur kann nur versuchsweise, hypothetisch erfolgen. So ist es z. B. hypothetisch und fraglich,

[1] Die bekannten *Weber-Fechner*schen Untersuchungen betreffen Unterschiedsschwellen bei Gewichten, Längen usw., die unter bestimmten Versuchsbedingungen einfachster Art festgestellt werden, und nicht wie oben Unterschiede von Anschauungsgrößen, deren Kenntnis uns durch günstige Einrichtung der Vergleichsbedingungen vermittelt wird, doch unter Ausschluß von Meßapparaten.



ob der zeitartige Ablauf der physikalischen Wirklichkeit wie das Ideal des Zeitkontinuums erfolgt, oder ob er in kleinen Rucken vor sich geht.[1] Ebenso ist es z. B. durchaus hypothetisch, anzunehmen, daß in der Natur eine kontinuierliche Skala von Gewichten herstellbar ist; eine diskontinuierliche Skala, d. h. eine solche, deren Glieder ein zwar nur Geringes, aber Endliches voneinander verschieden sind, wäre vorhanden, falls die Gewichte in der Natur aus Atomen zusammengefügt sind, deren jedes sein bestimmtes Gewicht hat. Dann würde eine kontinuierliche Skala ausgeschlossen und die logische Möglichkeit einer diskontinuierlichen Gewichtsskala die zutreffende sein.

Das Bestehen eines Schwellenwertes für die kleinste anschaubare Größe und ebenso das Vorhandensein einer endlichen Anzahl anschaubarer Größen zieht nun eine weitere Folgerung nach sich. Man betrachte etwa zwei Eisenstäbe *a* und *b*, deren Längenunterschied nur begrifflich gedacht werden kann, der also, wenn überhaupt vorhanden, jedenfalls kleiner als der untere Grenzwert (vgl. § 4) 10^{-3} mm ist. Können wir in einem solchen Falle behaupten, die Stäbe seien gleich lang? Offenbar nicht so ohne weiteres. Alles, was wir behaupten können, ist nur, daß sie für unsere Anschauung gleich lang sind, da wir keinen Längenunterschied wahrzunehmen vermögen. Wir können dies auch so ausdrücken: die beiden Längen sind näherungsweise gleich. In dieser kurzen Bezeichnung kommt einmal das

[1] Schopenhauer äußerte sich (Welt als Wille und Vorstellung II, 2. Buch, Kap. 23, Reclam S. 355) im umgekehrten Sinne wie oben folgendermaßen: „Denn sowenig ich genötigt bin, die vor meinen Augen vorgehende, langsame, aber, stetige und gleichförmige Bewegung eines Körpers mir zu denken als bestehend aus unzähligen, absolut schnellen, aber abgesetzten und durch ebenso viele absolut kurze Zeitpunkte der Ruhe unterbrochene Bewegungen, vielmehr recht wohl weiß, daß der geworfene Stein langsamer fliegt als die geschossene Kugel, dennoch aber unterwegs keinen Augenblick ruht, ebensowenig bin ich genötigt, mir das Maß eines Körpers als aus Atomen und deren Zwischenräumen, d. h. dem absolut Dichten und dem absolut Leeren, bestehend zu denken: sondern ich fasse, ohne Schwierigkeit, jene beiden Erscheinungen als stetige Kontinua auf, deren eines die Zeit, das andere den Raum gleichmäßig erfüllt."

Negative zum Ausdruck, daß die beiden Längen nicht genau gleich lang sein müssen, aber auch das Positive, daß die beiden Längen bestimmt nahezu gleich lang sind. Von zwei angeschauten Längen können wir also entweder sagen: sie sind ungleich, dann ist eine Differenz wahrnehmbar; oder sie sind näherungsweise gleich, dann ist die Differenz, falls vorhanden, nicht wahrnehmbar. Zwei genau gleiche Längen sind anschaulich nicht vorstellbar, die bilden einen abstrakten Begriff des Denkens. Der Begriff der Gleichheit ist also nur in ideellem Sinne positiv; er ist aber negativ im anschaulichen Sinne, wo er das Fehlen einer Wahrnehmungsdifferenz bedeutet. — Ebenso wie mit Längen ist es mit Zeiten, Gewichten usw. Alle diese Größen sind der Anschauung nur näherungsweise gegeben; zwei derselben Art können nur als näherungsweise einander gleich angesehen werden, oder als ungleich. Was aber von der Anschauung gilt, gilt auch allgemein von jeder Wahrnehmung: es ist klar, daß bei der Sinneswahrnehmung nur näherungsweise Gleichheit zweier Größen erfaßt werden kann.

Sonach kommen wir zu dem Schluß, daß die Größen einer bestimmten Art, z. B. Längen, im Anschauungs- und Wahrnehmungsfelde nur in begrenzter Anzahl als voneinander verschieden da sind, und daß jede einzelne Größe nicht mit voller Genauigkeit, sondern nur näherungsweise anschaulich erkennbar ist. Aber die einzelne Größe ist für unsere Anschauung und Wahrnehmung eine absolute, wie in § 4 erörtert wurde; das ist etwas ganz anderes.

§ 6. Die physikalischen Größen.

Im vorigen § 5 hatten wir es zu tun: 1. mit Größen, die anschaulich vorstellbar sind; solche Größen einer Art sind uns nur in begrenzter Zahl anschaulich gegeben und liegen zwischen zwei absoluten, endlichen Grenzen, einer unteren und einer oberen; 2. mit Größen, die anschaulich nicht vorstellbar sind, aber rein logisch gesetzt werden können. Diese Größen einer Art sind von unendlicher Anzahl und liegen zwischen den idealen Grenzen 0 und ∞, sie sind entstanden durch die logischen Pro-

zesse des Interpolierens und Extrapolierens zwischen den Grenzen der Anschauungsgrößen. Wir kommen nun 3. zu den physikalischen Größen.

Erläutern wir wieder ein Beispiel, also z. B. eine Strecke in der Natur, etwa die Entfernung eines Fixsternes von der Erde, oder die Wellenlänge des gelben Lichtes. Diese Größen sind zum Unterschied von den anschaulich vorstellbaren (oben 1.) und den nur logisch setzbaren (oben 2.) immer auf etwas Reales bezogen. Das ist im Rahmen der bisherigen Betrachtungen eine grundsätzliche Neuerung: wir erweitern damit die bisherigen Grenzen des Wirklichen (vgl. § 2). Nunmehr wird nämlich auch solches, das anschaulich nicht vorstellbar ist, für fähig erklärt, wirklich sein zu können. Damit haben wir gemäß der früheren Bezeichnungsweise (§ 2) eine dritte Stufe des Wirklichen, die dritte Wirklichkeitsstufe; als Wahrnehmungsstufe ist sie natürlich nicht zu bezeichnen.

Die physikalische Strecke bezeichnet eine reale Eigenschaft irgendeines realen Objektes; es bezeichnen allgemein physikalische Größen immer Eigenschaften von realen Objekten. Die physikalischen Größen können, aber sie müssen nicht, durch eine anschaulich vorstellbare Größe in Gedanken repräsentiert werden, sie können aber stets durch eine logisch setzbare Größe (oben 2.) angenähert repräsentiert werden. Die Frage, ob sie völlig genau durch eine logisch setzbare Größe repräsentiert werden, ist zweifellos zunächst dahin zu beantworten, daß wir die direkte Prüfung der Koinzidenz zwischen logischem Ideal und physikalisch Realem nur unter Zuhilfenahme von Wahrnehmungen vornehmen könnten, und daß, da in allen diesen ein gewisses Moment der Unsicherheit steckt, weil die Wahrnehmung nur eine näherungsweise Feststellung eines Tatbestandes erlaubt, dieses Moment der Unsicherheit auch den physikalischen Größen anhaftet. Wir können also nicht behaupten, daß eine physikalische Größe mit völliger Genauigkeit durch eine logisch setzbare Größe darstellbar ist; ob wir umgekehrt behaupten können, daß die physikalische Größe völlig genau darstellbar

nicht ist, ist eine besondere Frage, die wir weiter unten behandeln.

Die Feststellung einer physikalischen Größe wird als Messung bezeichnet, und wir sprechen von Messungsfehlern oder Beobachtungsfehlern; wir bringen damit die genannte, von den Wahrnehmungs- und Vorstellungsgrößen herrührende Unsicherheit zum Ausdruck. Eine Messung ohne Messungsfehler, eine fehlerlose Messung, ist unausführbar und undefinierbar. Es ist eine besondere Aufgabe bei der praktischen Messung, die Abschätzung der Fehlergrenzen vorzunehmen. Mag z. B. die Fehlergröße bei der Messung eines 1 m langen Tuchstreifens, die ein Schneider mit dem Bandmaß vornimmt, 2 mm betragen; die Meßgenauigkeit ist dann 2 pro Mille, d.h. die Länge des Tuchstreifens ist auf 2 pro Mille sichergestellt. Die Messung einer 1 m langen Glasröhre durch einen Techniker wird etwa 0,1 mm betragen, dann ist also die Meßgenauigkeit $^1/_{10}$ pro Mille, die Meßgenauigkeit ist hier also größer als im vorigen Falle. Aufgabe der messenden Physik ist es, die verschiedenen physikalischen Größen so genau wie möglich zu messen und die technischen Meßmethoden immer weiter zu verfeinern. Welche Fortschritte hier im Laufe der Zeit erzielt wurden, mag kurz am Beispiel der Strecke erläutert werden: in früheren Zeiten maß man die Strekken einfach am menschlichen Unterarm, der „Elle"; die Genauigkeit dieses Verfahrens wird nicht mehr als einige Prozent betragen haben. Heute mißt man im letzten Grunde alle Strecken am internationalen Normalmeterstab (Prototyp), der bei Paris aufbewahrt wird und auf 1 bis 2 Zehntausendstel eines Millimeters genau definiert ist, da die daraus abgeleiteten, nationalen Meterprototype mit dieser Genauigkeit als wahrscheinlichem Fehler an das internationale Prototyp angeschlossen sind; die Meßgenauigkeit beträgt also etwa $^1/_{10\,000\,000}$. Neuere Bestrebungen, die darauf abzielen, den Normalmeterstab zu verwerfen und statt dessen eine bestimmte Lichtwelle als Urmaß zu definieren, wollen eine noch größere Genauigkeit erreichen.

Das Vorhandensein der Meßfehler, d. h. in letzter Instanz ge-

wisser Wahrnehmungsfehler, behaftet mithin alle physikalischen Größen mit einer vom Stande der Meßtechnik abhängigen Ungenauigkeit, die eine ideale Schärfe der physikalischen Größen ausschließt. Aber nicht allein aus diesem Grunde ist die physikalische Größe mit Ungenauigkeit, mit gewissem Schwanken behaftet, das den Größen, die wir rein logisch setzen können, fremd ist. Betrachten wir, um dies einzusehen, ein möglichst deutliches, populäres Beispiel: die Höhe unseres Wohnhauses. Diese Länge ist eine physikalische Größe, die meßbar ist. Die Meßgenauigkeit ist aber hier nicht durch die heutige Meßtechnik allein beschränkt, viel mehr noch ist sie es aus einem anderen Grunde: die Höhe des Hauses ist von vornherein nur ungenau definiert: es ist zweifelhaft, an welcher genauen Stelle der unterste Punkt liegt; etwa zu ebener Erde? Aber wo ist die Erde ganz eben? Es ist auch zweifelhaft, wo der höchste Punkt liegt; etwa auf der obersten Dachkante? Aber wo hat das Dach eine scharfe Kante? Daher kommt es, daß in diesem Falle die Ausführung der Messung mit den feinsten Methoden gar nicht durchführbar ist, da der Begriff „Höhe des Hauses" zu unbestimmt gehalten ist, und erst bei genauerer Festlegung dessen, was die Höhe sein soll, könnte eine genauere Messung, aber nie eine ideal vollkommene, ausgeführt werden. Wir könnten die ungenaue Definition der physikalischen Größen durch beliebig viele Beispiele weiter erläutern, aber es ist wohl unnötig, näher auszuführen, daß z. B. der Flächeninhalt der Ostsee nicht auf 1 Quadratmeter genau definiert ist, daß das Gewicht eines Menschen nicht auf ein Milligramm genau sinnvoll anzugeben ist usw.; auch ist heute kein elektrischer Strom genauer als auf $^1/_{10}$ pro Mille definiert, kein Verdünnungsgrad einer Salzlösung anders als bis zu einem gewissen Genauigkeitsgrade definiert, usw. Kein empirischer Gegenstand verträgt eben die mathematische, scharfe Genauigkeit, und so sehr auch hin und wieder ein Naturgegenstand oder Vorgang einem mathematischen Ideale nahezukommen scheint, bei näherem Hinsehen tritt stets eine gewisse Ungenauigkeit zutage, welche die scharfe Definition fiktiv erscheinen läßt. Zwar

kann man die Genauigkeit einer Definition verschärfen, aber man kann sie nicht auf die Höhe der völlig scharfen, mathematischen oder logischen Genauigkeit erheben. Vielfach wird im Volk, aber auch von hauptsächlich empirisch arbeitenden Menschen der Gedanke gehegt, daß dann, wenn die Abweichungen eines technischen Gegenstandes — sagen wir etwa einer Stahlkugel aus einem Kugellager — nicht mehr wahrnehmbar und nicht mehr meßbar ist, das Ideal erreicht sei und der empirische Gegenstand mit dem Ideal — also in obigem Beispiel der mathematischen Kugel — übereinstimme. Hierin liegt eine Ungenauigkeit des Denkens, indem die Ungenauigkeit unserer Beobachtung zu einer Ungenauigkeit des Denkens verleitet.

Zwei Umstände sind es also, die die Feststellung, d. h. Messung einer physikalischen Größe nur näherungsweise gestatten: 1. die aus den Wahrnehmungsvorgängen bei der Messung entspringende Ungenauigkeit, der „Messungsfehler"; 2. das aus der ungenauen Definition der Größe selbst herrührende Schwanken der Auffassung, die „Definitionsungenauigkeit". Dies letztere Hindernis ist bei allen physikalischen Größen vorhanden, bei der einen mehr, bei der anderen weniger, fehlen tut es nie. Es kann vorkommen, daß, wie in obigem Beispiel der Höhe des Hauses, besonders die Definitionsgenauigkeit zu wünschen übrig läßt, es kommt aber auch oft der umgekehrte Fall vor, daß die Meßgenauigkeit von der Definitionsgenauigkeit übertroffen wird. Zum Beispiel ist das spezifische Gewicht des Quecksilbers von 0^0 genauer definiert, als es bis heute gemessen worden ist.

Zusammenfassend kommen wir also zu dem Schluß, daß die physikalischen Größen nur näherungsweise meßbar und nur näherungsweise definierbar sind. Die physikalischen Größen verhalten sich also ähnlich wie die anschaulich vorstellbaren Größen, ohne jedoch mit diesen identisch zu sein. So ist z. B. die physikalische Größe einer Wellenlänge gelben Natriumlichtes (0,5893 ... 10^{-3} mm) nicht näherungsweise, sondern überhaupt nicht anschaulich vorstellbar, als physikalische Größe aber mit einer Genauigkeit von über $^1/_{100}$ pro Mille heute meßbar und definierbar.

§ 7. Unterschied physikalischer und mathematischer Größen.

Bei einer physikalischen Größe ist zweierlei zu unterscheiden: 1. die Größe selbst, 2. ihre Messung. Die Größe selbst, z. B. die Höhe eines Hauses, ist als etwas Eindeutiges, unserer Willkür Entzogenes aufzufassen und kann in diesem Sinne als absolut bezeichnet werden. Die Messung nimmt Bezug auf eine willkürlich zugrunde gelegte Maßeinheit, bei der Höhe des Hauses etwa auf das Meter. Die Messung geschieht relativ zu einer Einheit, die, einmal angenommen, selbst völlig eindeutig ist. Die physikalischen Größen sind also, wie die anschaulich vorstellbaren Größen (§ 4), absolut, im Sinne von völlig eindeutig, aus sich selbst bestimmt.

Die Angabe einer physikalischen Größe geschieht durch Angabe einer Zahl, der Maßzahl, und einer Einheit, der Maßeinheit: die Höhe des Hauses z. B. möge 20 m betragen. Die Maßzahl 20, die relativ zur Einheit 1 m gesetzt ist, ändert sich, wenn wir statt der gewählten Einheit 1 m zu einer anderen Einheit, etwa dem Zentimeter übergehen; die Maßzahl der Haushöhe beträgt dann im obigen Fall statt 20 die Zahl 2000. Aber durch diesen Übergang von einer Maßeinheit zur andern wird keine Änderung der wirklichen Höhe des Hauses hervorgerufen; die Höhe des Hauses selbst ist absolut.

In § 6 hatte sich herausgestellt, daß die physikalischen Größen nur näherungsweise definierbar und meßbar sind. Wir können dies kurz so ausdrücken, daß wir sagen, sie seien „approximativ". Zwei Eigenschaften kennzeichnen also die physikalischen Größen: sie sind absolut und approximativ. Dies bedeutet, um es noch einmal zu wiederholen: sie sind einerseits eindeutig und unserer Willkür entzogen, andererseits nur eindeutig bis zu einem gewissen Grade, also näherungsweise. Die physikalische Größe ist also, wie wir auch sagen können, näherungsweise eindeutig. In dieser Formulierung ist das scheinbar widerspruchsvolle Wesen der physikalischen Größe wiedergegeben.

Wesentlich anders sind die Eigenschaften der mathemati-

schen Größen, der Zahlen. Betrachten wir z. B. die Zahl 5. Diese Zahl bedeutet einmal genau 5; also auch nicht ein Deut mehr oder weniger als 5. Andererseits bedeutet diese Zahl: 5 Einheiten. Und zwar ganz allgemeine, völlig unbestimmt gelassene, willkürliche und beliebige Einheiten. Wir sehen also, daß die Zahlengrößen der Mathematik genau oder exakt, und mehrdeutig oder relativ sind: genau wegen ihrer nicht im geringsten approximativen Bedeutung, mehrdeutig wegen der gänzlichen Freiheit hinsichtlich der Einheit.

Auch die Figuren der Geometrie sind einerseits scharf definiert und andererseits unendlich vieldeutig. Beispielsweise bezeichnet der Kreis eine in seinen Eigenschaften exakt festgelegte Kurve, und andererseits ist der Begriff und die geometrischen Eigenschaften des Kreises frei von seiner Größe (in der euklidischen Geometrie).

Wir wollen nun den Gegensatz zwischen mathematischen und physikalischen Größen noch an folgendem Beispiel verdeutlichen: Eine bestimmte Länge l, die etwa den Radius eines mathematischen Kreises darstellt, ist etwas völlig scharf Definiertes, das diese Länge von jeder anderen Länge l' (etwa den Radius größerer oder kleinerer Kreise) unterscheidet; nur im Falle von völlig scharfer Gleichheit besteht die Beziehung: $l = l'$. Eine physikalische Länge l dagegen ist etwas ganz anderes. Sei l z. B. die Länge eines Holzstabes, so kann diese Länge nur näherungsweise definiert werden; auch unter größter Mühewaltung bei der Herstellung der glatten Enden des Stabes besteht bei genügend feiner Beobachtung doch eine gewisse Unsicherheit in der Definition dessen, was die „Länge“ des Stabes sein soll. Zwischen zwei Holzstäben l und l' kann daher niemals eine mathematische Gleichung $l = l'$ bestehen; das scharfe Gleichheitszeichen verliert hier seinen Sinn, und wir können nur ein physikalisches Gleichheitszeichen einführen, das näherungsweise Gleichheit bezeichnet, oder, was dasselbe ist, sehr geringe Ungleichheit zuläßt. Das physikalische Gleichheitszeichen, welches physikalische Größen verbindet, schließt also Ungleichheit der Größen

nicht aus, es besagt nur, daß die Ungleichheit gering ist, wenn sie besteht. Die Aufgabe, zwei Holzstäbe von gleicher Länge im mathematischen Sinne herzustellen oder die Gleichheit zweier Holzstäbe festzustellen, ist ebenso sinnwidrig wie etwa die Aufgabe, den Flächeninhalt der Ostsee auf 1 cm^2 genau anzugeben: der Holzstab und die Ostsee sind empirische Objekte und können als solche nicht mit beliebiger Genauigkeit definiert werden; nur gedachte mathematische Objekte kann man mit beliebiger Genauigkeit definieren.

Bei dem so ersichtlichen Gegensatz zwischen den physikalischen und mathematischen Größen entsteht die Frage: wie ist es unter diesen Umständen möglich, die scharfen mathematischen Begriffe auf die unscharfen Begriffe der Wirklichkeit zu übertragen, oder: wie können die Rechenregeln mathematischer Größen auf physikalische Größen übertragen werden?

Die Antwort ist eine doppelte. Einmal ist klar, daß die Rechenregeln, die bei den mathematischen Größen exakt stimmen, bei den physikalischen Größen ja gar nicht nötig haben, exakt zu stimmen, eben wegen des näherungsweisen Charakters der physikalischen Größen selbst. Also genügt es vollkommen, wenn eine näherungsweise richtige Übertragung der Regeln mathematischer Größen auf die physikalischen Größen stattfindet. Wenn z. B. zwei Häuser die Höhen nahezu 10 m und nahezu 20 m haben, so genügt es, wenn bei der Berechnung der Summe beider die mathematische Regel $10 + 20 = 30$ ein näherungsweise richtiges Resultat ergibt. Dies ist tatsächlich der Fall, die Summe der beiden Höhen kann gar nichts anderes sein als näherungsweise 30 m. Andererseits ist zu bemerken, daß allerdings die mathematischen Begriffe nicht scharf auf die Wirklichkeit übertragen werden können: ich bin gar nicht imstande, ein Haus von der genauen Höhe 10 m zu definieren, weil eine „genaue Haushöhe" (vgl. oben S. 23) nicht definiert werden kann.

Das Schwanken und die näherungsweise Bedeutung aller Begriffe, die etwas Reales bezeichnen, sieht man also besonders deutlich, wenn man die im Gegensatz zu ihnen stehenden mathema-

tischen Begriffe ins Auge faßt. Alle Begriffe der Geometrie: Linie, Kugel, Ebene usw., bezeichnen sämtlich ideale Gebilde von aufs äußerste logisch extrapolierten und interpolierten Vorstellungs- oder Wahrnehmungsgebilden; niemand vermag z. B. eine (unendlich dünne) geometrische Linie in der Wirklichkeit aufzuzeigen, alle auf den ersten Blick für „Linien" gehaltenen Gebilde der Wirklichkeit haben eine gewisse, wenn auch kleine Breite: auch der Spinnenfaden hat eine Dicke. Dementsprechend kann man unsere obige Betrachtung auch umkehren und darlegen, daß die geometrischen Gebilde nur ungenau vorstellbar sind, daß das Vorstellungselement des Raumes nicht ein Punkt, sondern ein sehr kleiner Körper ist. In diesem Sinne hat sich F. Klein[1] geäußert. Die Ungenauigkeit der vorstellbaren Raumgebilde wird nach Klein analytisch dadurch ausgedrückt, daß jede vorgestellte Kurve ein Kurvenstreifen ist, der durch einen Funktionsstreifen

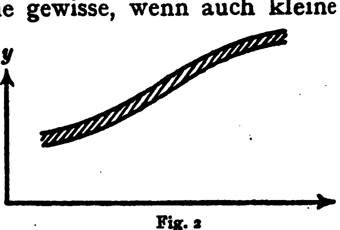


Fig. 2

$$y = f(x) \pm \varepsilon$$

repräsentiert wird, wo ε eine sehr kleine Größe, ein Schwellenwert, aber keineswegs $= 0$ ist (vgl. Fig. 2). Klein führt für die Mathematik eine Trennung in zwei Gebiete ein: das eine, die Präzisionsmathematik, arbeitet mit scharfen oder präzisen Begriffen und Gebilden; dieses ist diejenige Mathematik, die wir schon in der Schule zu lernen beginnen. Das andere Gebiet, die Approximativmathematik, arbeitet mit unscharfen Gebilden, z. B. mit Funktions„streifen" statt mit Funktionen. Die Begriffe der Präzisionsmathematik, wie Punkt, Linie, Differentialquotient usw., sind logische Erweiterungen von allseitig sehr kleinen Körpern, sehr dünnen langen Körpern, sehr kleinen Differenzverhältnissen usw.; alle diese erweisen sich als logische Kunst-

[1] F. Klein, Erlanger Berichte; 1873, S. 5 ff.

produkte einer gesteigerten Phantasie, die das der Wahrnehmung und Vorstellung Unerreichbare rein logisch ermöglichen und erst haltmachen vor dem logischen Widerspruch. In den mathematischen Kunstprodukten operiert also der Verstand mit etwas, das der Vorstellung verschlossen ist; dieser Gegensatz zwischen Verstand und Vorstellung braucht aber deshalb keinen logischen Widerspruch in den Begriffen zu bedingen. Die Schwierigkeiten, die der Anfänger in der Mathematik und besonders in der Differentialrechnung empfindet, beruhen wohl auf diesem, den mathematischen Idealen eigenen Wesen: logisch erweiterte Vorstellungen zu sein. Vaihinger[1] nennt die mathematischen Begriffe „Fiktionen" und drückt damit zutreffend ihre dem Wirklichen inadäquate Beschaffenheit aus.

Um noch ein Beispiel anzuführen, das den Gegensatz zwischen der Präzisions- und der Approximativmathematik kennzeichnet, so sei an das bekannte Problem der Dreiteilung des Winkels erinnert. Die Präzisionsmathematik lehrt und vermag zu beweisen, daß eine scharfe Dreiteilung eines beliebigen Winkels durch Konstruktion mit geraden Linien und Kreisen unmöglich ist. Die Approximativmathematik löst dieses Problem wie jedes andere angenähert[2]: man kann durch Ziehen von Geraden und Kreisen eine näherungsweise Dreiteilung jedes Winkels ausführen und kann unter Umständen bei genügend häufiger Anwendung des Konstruktionsprinzips die Annäherung beliebig weit treiben. Damit wird allen Ansprüchen, die nur auf näherungsweise Erreichung des Ziels gerichtet sind, prinzipiell genügt. — Mit anderen Problemen, z. B. der Quadratur des Kreises, ist es ebenso.

Die „angewandte" Mathematik, d. h. die auf Probleme der Wirklichkeit angewandte Mathematik, bedient sich, je nach Bequemlichkeit, der Präzisions- oder der Approximativmathematik. Um die scharfen Unterscheidungen der Präzisionsmathematik hat aber eigentlich keine Anwendung nötig sich zu kümmern.

[1] Vaihinger, Philosophie des Als Ob, 2. Aufl. 1913, S. 70 ff.
[2] Vgl. z. B. Philosophical Magacine 23, S. 646, 860, 861, 1912.

In der Physik ist darum der Unterschied zwischen rationalen und irrationalen Größen nicht vorhanden; jede physikalische Größe kann rational aufgefaßt werden, etwa als Dezimalbruch, der an irgendeiner Stelle abbricht, oder auch als irrational, wenn dies bequemer ist. Auch gibt es in der Anwendung der Mathematik nicht den Unterschied zwischen beliebig kleinen und unendlich kleinen Größen, oder den Unterschied zwischen Differenz und Differential. Alle diese Unterschiede beziehen sich nur auf die scharfen Begriffe des Verstandes, nicht auf die physikalischen Begriffe der im Zwielicht des Wahrnehmungsvorgangs schwankenden Wirklichkeit.

Der mit der Anwendung der Mathematik auf Probleme der Naturwissenschaften unbekannte Leser könnte hier fragen, warum denn überhaupt noch Präzisionsmathematik von denen gelehrt und getrieben wird, denen sie nicht Selbstzweck ist, sondern denen sie nur zur Nutzanwendung in Problemen der Naturwissenschaft dient. Die Antwort darauf lautet, daß, wennschon nicht immer, so doch sehr häufig die Begriffe und Methoden der Präzisionsmathematik in der Handhabung leichter, eleganter und schneller arbeiten als die zum Schwerfälligen neigenden Methoden der Approximativmathematik. Die Präzisionsmathematik ist deshalb häufig praktischer als die Approximativmathematik, obschon die Begriffe der Präzisionsmathematik die schwierigeren und künstlicheren sind. Vaihinger[1] behauptet sogar, daß sie innere Widersprüche besäßen. Der Begriff des Unendlichen z. B., der der Präzisionsmathematik recht eigentlich angehört, bringt oft eine besondere Vereinfachung der Überlegungen hervor; hierfür mag folgendes elementare Beispiel eine Ahnung geben: In einem gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck OPQ (vgl. Fig. 3) sei von der Ecke des rechten Winkels Q das Lot b auf die Hypotenuse gefällt, vom Fußpunkt desselben das Lot c auf die Kathete OQ usw., so daß eine Zickzacklinie $a, b, c, d \dots$ entsteht. Die Länge dieser Zickzacklinie ist leicht zu berechnen; man fin-

[1] a. a. O. S. 71.

det $b = a/\sqrt{2}$, $c = b/\sqrt{2} = a/\sqrt{2}\sqrt{2}$, $d = c/\sqrt{2} = a/(\sqrt{2})^3$, ..., so daß: $a + b + c + d + \ldots = a\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{(\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{2})^4} + \ldots\right)$. Die Summation dieser Reihe ist besonders einfach, wenn wir annehmen, daß die Konstruktion der Zickzacklinie ins Unendliche fortgesetzt sei, wenn wir also eine weder zeichnerisch noch anschaulich vollziehbare Operation rein logisch setzen. In diesem Fall ist, wie z. B. aus der Figur ersichtlich, wenn man noch das dem ersten Dreieck symmetrisch gelegene *OQR* gezeichnet hat, die Summe der parallelen Strecken $a + c + e + g + \ldots = PR$, die Summe der parallelen Strecken $b + d + f + \ldots = OR$, also

$$a + b + c + d + \ldots = PR + OR = 2a + \frac{2a}{\sqrt{2}}.$$

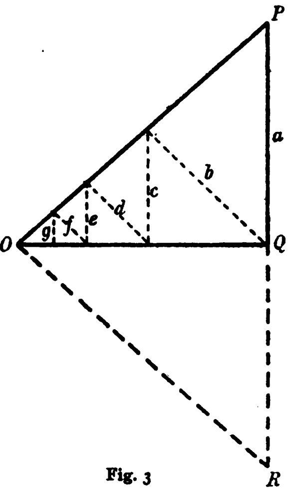


Fig. 3

Hier ist eine aus unendlich vielen Teilen zusammengesetzte Zickzacklinie leichter zu berechnen als eine aus einer endlichen Anzahl von Teilen zusammengesetzte Linie. Die unanschaulichere, unendlich oft gezackte Linie ist also unserem Denken bequemer zugänglich als die anschauliche, endliche Zickzacklinie. — Auch in der Differential- und Integralrechnung sind die unendlich kleinen, unanschaulichen Differentiale bequemer für das Denken als kleine, endliche Beträge. Demgemäß sind die Bewegungsgleichungen der Mechanik Differentialgleichungen, nicht Differenzengleichungen, und aus demselben Grunde wendet man in der Gastheorie, beim Geschwindigkeitsverteilungsgesetz der Molekeln, bei der Berechnung von Sterblichkeits- und Versicherungstabellen usw. den Begriff des Unendlichen statt einer sehr großen Zahl an; um ein ganz triviales Beispiel zu gebrauchen: man tut so, als wäre die Zahl der Sandkörner am

3*

Meeresstrand nicht endlich, sondern unendlich, in sehr vielen Fällen bleibt dann der begangene Fehler sehr klein. Auch das Imaginäre der Mathematik, wie überhaupt jede mathematische Kunstform, kann auf Fälle der Wirklichkeit übertragen werden, wenn es dem Denken gefällt. So lassen sich z. B. Schwingungsvorgänge besonders bequem durch Potenzen mit imaginären Exponenten berechnen; aber das liegt nur an der Eigenart der zugrunde gelegten Ideale und besagt nicht das Geringste über die sonstigen Eigenschaften der diesen Idealen bis zu gewissem Grade entsprechenden, physikalischen Wechselströme, optischen Wellen usw.

§ 8. Die Naturgesetze.

Nachdem in § 7 ausgeführt wurde, daß die physikalischen Größen nur näherungsweise bestimmbar sind, daß sie also recht eigentlich dem Felde der Approximationsmathematik angehören, so ist nunmehr die Frage nach den mathematischen Funktionen unter den physikalischen Größen zu erörtern. Solche Funktionen zwischen physikalischen Größen heißen Naturgesetze. Betrachten wir ein beliebiges Beispiel, etwa das Gravitationsgesetz:

$$k = f \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

In einem solchen Gesetz sind nach § 7 alle Größen: k, f, m_1, m_2, r näherungsweise meßbar und definierbar; die ganze Form kann daher nur näherungsweise Gültigkeit beanspruchen. Die Behauptung, die Gültigkeit erstrecke sich bis zu beliebiger Genauigkeit, geht einmal über das experimentell Verbürgte hinaus, andererseits aber erscheint sie bedenklich, da die empirischen Größen k, f, m_1, m_2, r durch Wahrnehmungen definiert sind, also, sei es direkt, sei es auf dem Wege der Extrapolation oder Interpolation erweitert, Wahrnehmungsgrößen bezeichnen. Trotzdem ist es gestattet, mit den auf etwas Reales bezogenen Größen so zu rechnen, als ob sie scharfe, mathematische Begriffe wären. Gerade die Ungenauigkeit der physikalischen Größen gestattet die Anwendung von genauen Methoden, ohne daß ein bemerkbarer Fehler entsteht. Die genauen Methoden wird man den

approximativen dann vorziehen, wenn sie gedanklich zweckmäßiger sind. Mach[1] hat den glücklichen Ausdruck: „Ökonomie des Denkens" geprägt.

Man verfährt in der Anwendung von scharfen Begriffen in der Physik mit der größten Freiheit und scheut sich nicht, beispielsweise die transzendente Zahl e oder π, oder transzendente Funktionen zu benutzen, sobald diese bequemer und übersichtlicher sind als rationale Zahlen oder rationale Funktionen, und obgleich in der Physik der Unterschied zwischen rationalen und irrationalen Zahlen, algebraischen und transzendenten Funktionen, wie bereits in § 7 erwähnt, keine Bedeutung hat. Nur muß man nicht glauben, daß die Zulässigkeit irgendeiner mathematischen Form, z. B. der einfachen Sinusfunktion bei einer Lichtschwingung, weiter ginge als bis zu einer gewissen Grenze, die durch die Meßgenauigkeit oder die Definitionsgenauigkeit der betreffenden Größen gezogen ist. Sowenig wie die komplizierten Gebilde der höheren Mathematik finden die einfachen Gebilde der Elementarmathematik ihr adäquates Abbild in irgendwelchen physikalischen Erscheinungen, und es gibt keinen anderen Grund, die einen oder die anderen bei einer physikalischen Beschreibung zu bevorzugen, als die der Sache fremde Bequemlichkeit, die „Ökonomie des Denkens".

So sind denn also prinzipiell alle Naturgesetze, z. B. das Boyle-Mariottesche Gesetz, die Bewegungsgleichungen der Mechanik, die elektrodynamischen Grundgleichungen usw. als näherungsweise verbürgte, näherungsweise definierbare anzusehen. Dies einmal aus dem Grunde, weil wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler eine Prüfung irgendeines Naturgesetzes nur mit begrenzter Genauigkeit ausführbar ist, sodann deshalb, weil die Definition der physikalischen Begriffe selbst, auf welche sich die Gesetze beziehen, auf Wahrnehmungen beziehbar und deshalb nur angenähert verbürgt sind; beispielsweise ist es fraglich, ob einer Masse von 10^{-100} g noch irgendein realer Sinn

[1] E. Mach z. B. in: Die Mechanik, in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. Brockhaus, Leipzig.

beigelegt werden kann, oder ob eine Masse, der man einen scharfen Wert m_1 zuspricht, diesen Wert überhaupt eine endliche Zeit hindurch haben kann; letzteres ist nicht der Fall, wenn die Masse eines Naturkörpers, z. B. eines Stückes radioaktive Substanz, wie es der Fall ist, zwar äußerst wenig, aber trotzdem dauernd auch in sehr kleinen Zeitabschnitten zerfällt. Man darf nicht einwenden, daß ein derartiger Vorgang ungeheuer geringfügig sei; es handelt sich für uns um prinzipielle Erörterungen, und da zerstört die geringste, wenn auch noch só kleine Unsicherheit in einem physikalischen Begriff dessen ideale Schärfe vollkommen.

Die Naturgesetze sind lediglich Gesetze zwischen Maßzahlen. m_1 und m_2 in obiger Formel des Gravitationsgesetzes sind keine Massen, sondern nur Zahlen, bezogen auf die Masseneinheit. Denn nur zwei Zahlen m_1 und m_2 können miteinander multipliziert werden, wirkliche Massen sind auf keine Weise miteinander zu multiplizieren. Überhaupt lassen sich mit physikalischen Realitäten nicht mathematische Operationen vollführen. Die einzigen mathematischen Operationen, die sich mit realen Größen ausführen ließen, scheinen auf den ersten Blick die Addition und Subtraktion zu sein. Aber auch diese nehmen Bezug auf Maßzahlen: die Aufgabe des Addierens ist ja nicht nur die eines Zusammenlegens von Dingen auf einen Haufen, sondern die quantitative Angabe einer Summengröße; letztere aber setzt, wenn sie scharf sein soll, auch scharfe Einheiten voraus, mit denen die verschiedenen Dinge scharf verglichen werden können. So lassen sich z. B. zu 5 realen, auf dem Tische liegenden Äpfeln keine 5 realen Äpfel derart zu den ersten hinzulegen, daß ganz zweifelsfrei genau 10 reale Äpfel auf dem Tisch liegen; denn der Begriff des Apfels, wie der jedes empirischen Dinges, ist nur ein näherungsweise zu definierender und mit einem gewissen Schwanken seiner Bestimmung behaftet: ich werde jeden Apfel einen „ganzen Apfel" sein lassen müssen, wenn ich ihm ein genügend kleines Stück abschneide; oder anders ausgedrückt: ich weiß nie, ob 10 oder z. B. nur 9,99998

Äpfel auf dem Tische liegen. — Wir werden alle Aussagen über die Zahl empirischer Gegenstände und alle Naturgesetze lediglich als Näherungsausdrücke zwischen Maßzahlen von näherungsweise definierbaren Größen anzunehmen haben.

Die physikalischen Gesetze sagen uns also nicht, wie die Natur beschaffen ist, aber sie sagen uns, wie die Natur ungefähr beschaffen ist. Die Natur kann näherungsweise erkannt werden; dieses „näherungsweise" oder „ungefähr" ist das Kennzeichen der Verhältnisse zwischen Denken und wirklicher Natur. Z. B. gilt das Boyle-Mariottesche Gesetz ungefähr, das von van der Waals gilt genauer, aber auch nur ungefähr; völlig exakt kann kein Gesetz gelten, weil die Begriffe Volumen und Druck eines Gases selbst keine mathematisch scharfe, sondern nur eine näherungsweise Definition zulassen, und daher auch die Verbindung der Maßzahlen dieser Begriffe, d. h. das „Naturgesetz" nur näherungsweise definierbaren Sinn haben kann.

Hiernach wäre mithin auch das berühmte Gesetz von der Erhaltung der Energie (Energieprinzip) als nur näherungsweise verbürgt aufzufassen. Daraus folgt nun aber keineswegs, daß es möglich ist, eine Energieerzeugungsmaschine (perpetuum mobile) oder eine Energieverzehrungsmaschine „näherungsweise" zu konstruieren; denn die Unsicherheit, die der Energiegröße in irgendeinem Vorgang anhaftet, liegt im Begriff der Energie; diese Unsicherheit des Begriffs bedingt keinen realen Naturvorgang.

§ 9. Die angebliche prästabilierte Harmonie zwischen Mathematik und Physik.

Die näherungsweise Bedeutung der Naturgesetze ist heute wohl von den meisten Philosophen, aber durchaus nicht von allen Naturforschern anerkannt; immerhin finden sich auch bei letzteren dahinzielende Äußerungen in der Literatur. Als Beispiel sei etwa folgender Ausspruch von Boltzmann[1] angeführt: „Keine Gleichung stellt irgendwelche Vorgänge absolut genau dar,

[1] L. Boltzmann, Populäre Schriften, S. 222 f.

jede idealisiert sie, hebt Gemeinsames hervor und sieht von Verschiedenem ab.“ Weniger weit ging Loschmidt[1], der der Ansicht war, daß zwar nicht alle, aber doch fast (!) alle Naturgesetze nur näherungsweise Gültigkeit besitzen; so sagt er z. B.: es „sind die Ergebnisse der analytischen Bearbeitung idealer Gase für die Erkenntnis der Natur der wirklichen Gase von unschätzbarem Werte. Haben ihre Aussagen in dieser Beziehung auch nur eine angenäherte Gültigkeit, so ist doch nicht zu vergessen, daß dasselbe fast von allen physikalischen Gesetzen gilt, und der Fortschritt der Wissenschaft würde sehr geschädigt werden, wenn die Physiker sich mit der Rigorosität der reinen Mathematik gegen solche approximativen Resultate ablehnend verhalten wollten.“

Im Gegensatz zu der Auffassung über die näherungsweise Gültigkeit der Naturgesetze befindet sich die Ansicht, daß eine „prästabilierte Harmonie“ zwischen Mathematik und Physik besteht. Eine solche Ansicht, die auch von Philosophen (Pythagoras, Plato) und Dichtern geäußert wurde, spielt in der Geschichte des menschlichen Geistes eine hervorragende Rolle. Auch von bedeutenderen Forschern der Neuzeit, hauptsächlich solchen mit überwiegend mathematischen Neigungen wird sie häufig geteilt. Sie findet ihre Nahrung auf dem Gebiete der reinen Mathematik und dürfte jedenfalls auf spekulativer, nicht auf experimenteller Grundlage erwachsen sein.

Schon Descartes hat in der Mathematik ein „Wissenschaftsideal“ erblickt und auch die Idee einer inneren Harmonie zwischen Mathematik und Physik gehegt. Diese Idee, daß die Mathematik das Vorbild und Ideal für jede andere Wissenschaft darstelle, daß die anderen Wissenschaften gut daran tun, sich möglichst der Mathematik anzupassen, hat sich sehr verbreitet, sie spielt auch in der Geschichte der Philosophie eine große Rolle. Wir finden sie bei Kant und in der Neuzeit wieder; Ostwald[2] geht so weit, zu behaupten, daß die Philosophie deshalb keine Erfolge habe, weil ihr eine der mathematischen ähnliche Zeichensprache fehle

[1] Loschmidt, Wiener Sitzungsberichte 2. Abt. 76, S. 212, 1878.
[2] Ostwald, Grundriß der Naturphilosophie, Reclam, S. 110.



und weil sie nur mit populären Worten und Begriffen arbeite. Wir können unerörtert lassen, ob das mathematische Wissenschaftsideal zu recht besteht, es genügt uns hier für das Verständnis der „prästabilierten Harmonie zwischen Mathematik und Physik" die Feststellung, daß der Gedanke eines mathematischen Wissenschaftsideals tatsächlich in vielen Köpfen feste Wurzel geschlagen hat.

Descartes[1] hatte sich die Meinung gebildet, daß die mathematischen Gebilde, wie Punkt, Linie usw., real im Verstand seien: Unsere Auffassung der Dinge sei unvollkommen, unser Vorstellungsvermögen ebenfalls, dieses gebe uns die reale Wirklichkeit nur näherungsweise wieder, und gerade deshalb meint Descartes, einen Übergang der mathematischen Figuren aus den Sinnen in den Geist leugnen zu sollen. Ferner seien die im Verstande real vorhandenen mathematischen Ideen in ihrer Gesamtheit von der allgemeinen Ausdehnung bis in die unendliche Zahl der besonderen Figuren, Zahlen, Lagen, Bewegungen usw. auch in den Dingen real vorhanden. Damit haben wir die vollständige Theorie dessen, was spätere Mathematiker (Hermite u. a.) eine „prästabilierte Harmonie zwischen Mathematik und Physik" genannt haben.

Unterstützt wurde dieser Gedanke bei den Physikern offenbar durch die großen Fortschritte, die die mathematische Physik machte. Es sei besonders an Newtons Gravitationsgesetz erinnert: hier schien eine mathematische Formel direkt an den Himmel geschrieben zu sein, es erschien ein realer astronomischer Naturvorgang adäquat durch eine mathematische Formel ausgedrückt. Übrigens haben sich auch viel ältere Physiker schon in ähnlicher Richtung ihre Gedanken gemacht, so z. B. Pythagoras, der aus der Beobachtung der einfachen Zahlenverhältnisse, z. B. der Saitenlängen bei harmonischen Tonintervallen, zur Idee einer Harmonie des Kosmos angeregt wurde. In diesem Zusammenhange sei an die historisch wichtige Ideenverbindung von

[1] E. Goldbeck, Descartes' mathematisches Wissenschaftsideal. Dissertation Halle 1892.

Mathematik, Harmonie, Vollkommenheit, Natur hingewiesen; so läßt z. B. Schiller (Die Räuber 4. Akt) seinen Karl Moor sagen: „Es ist doch eine so göttliche Harmonie in der seelenlosen Natur."

Die prästabilierte Harmonie zwischen Mathematik und Physik wird in neuerer Zeit weniger für einfache als für komplizierte mathematische Funktionen in Anspruch genommen; so spricht z. B. Hilbert[1] von einer „gewissen prästabilierten Harmonie zwischen der physikalischen Wirklichkeit und den höchsten Problemen der mathematischen Analysis"; und Mie[2] sagt: „Der Äther ist die einzige Idealsubstanz, die einfache Gesetze absolut genau befolgt." Wesentlich an all diesen Äußerungen ist die Auffassung, daß zwischen irgendeinem Naturgesetz und irgendeiner mathematischen Formel überhaupt eine genaue Übereinstimmung herrschen kann, daß, kurz gesagt, eine scharfe Übereinstimmung zwischen wirklicher Natur und Naturerkenntnis möglich sei.

Es ist zweifellos, daß der Gedanke der prästabilierten Harmonie, so mystisch er dem Naturforscher erscheinen mag, einen gewissen heuristischen und Nützlichkeitswert gehabt hat: er gab sicher manchem einen starken Anreiz zur Berechnung von Naturerscheinungen und setzte die Arbeitslust und den Eifer in Bewegung, die „richtige" Formel zu finden. Solche Werte soll man nicht unterschätzen. Abgesehen von dem Gesichtspunkt der Nützlichkeit liegt aber wohl in der obigen Auffassung der prästabilierten Harmonie ein prinzipieller Irrtum, und es ist ihr entgegenzuhalten:

1. Die physikalischen Begriffe knüpfen an Wahrnehmungstatsachen an, sie sind also mit der Unsicherheit alles Empirischen behaftet.

2. Die physikalischen Begriffe sind zwar über den Bereich des sinnlich Wahrnehmbaren extrapoliert, es erscheinen aber jenseits der Grenzen des Wahrnehmbaren neue, physikalische Grenzen, bei denen die physikalischen Begriffe ihren Sinn verlieren.

[1] Hilbert, Phys. Zeitschr. 12, S. 1064, 1912.
[2] Mie, Lehrb. d. Elektr. u. d. Magn., 1910, S. 89

3. Eine exakte Gültigkeit irgendeiner mathematischen Formel für eine Naturerscheinung würde eine exakte Definierbarkeit und eine grenzenlose Idealisierbarkeit der physikalischen Begriffe nach dem Vorbild mathematischer Begriffe zur Voraussetzung haben. Die physikalischen Begriffe lassen z. T. überhaupt keine solche grenzenlose Idealisierbarkeit zu, z. T. tun sie es nur hypothetisch oder wegen unserer ungenauen Beobachtungen.

4. Ein Naturgesetz ist ein funktionaler Zusammenhang, nicht zwischen physikalischen Begriffen selbst, sondern zwischen Maßzahlen, die auf Maßeinheiten Bezug nehmen. Die Maßeinheiten, die nur näherungsweise definiert werden können, teilen ihre näherungsweise Bestimmtheit den Maßzahlen mit, so daß die Maßzahlen selbst nur bis auf gewisse, additive, kleine, aber endliche Größen von ebenfalls unscharfem Betrage definiert sind. Ein Naturgesetz kann daher niemals eine exakte Funktion sein, in der die einzelnen Parameter exakt definiert sind, sondern nur ein Näherungsausdruck zwischen näherungsweise definierbaren Parametern.

§ 10. Kontinuum und Diskretum.

In § 5 war bereits ausgeführt, daß durch Interpolation zwischen anschaulichen Größen, also durch einen der Wahrnehmung und Anschauung fremden Akt, durch abstraktes Denken, eine unendlich große Anzahl von der Größe nach verschiedenen Strecken zwischen zwei beliebigen Anschauungsstrecken entsteht. Hiernach ist also das mathematische Kontinuum der Raumgrößen, kurz gesagt: der Raum, eine unanschauliche, logische Konstruktion, die der Verstand mit Anschauungselementen vornimmt. Ähnlich ist es mit den idealen Kontinuis der Zeitgrößen, der Gewichte, Temperaturen und den anderen physikalischen Größen.

Somit könnte es zunächst scheinen, es sei das Kontinuum das Sekundäre, Abgeleitete und es sei das Diskontinuierliche, Diskrete das Primäre. Indessen ist zu bedenken, daß das Diskrete

etwa eine anschauliche Länge (z. B. eines Stabes), nur näherungsweise definierbar ist (vgl. § 7), und daß gerade das Schwankende, Unsichere, welches der anschaulichen Stablänge anhaftet, nur der andere Ausdruck für einen gewissen kontinuierlichen Bereich ist.[1] Erschien daher vorher das Kontinuum als das aus Diskretem logisch Konstruierte, so erscheint jetzt das Diskrete als ein logisch konstruierter, scharfer Ausschnitt aus einem Kontinuum. Die Tatsache der Verschwommenheit der Wahrnehmung, die die Verschwommenheit aller physikalischen Begriffe nach sich zieht, bedingt also zweierlei: das unterschiedlich Wahrgenommene, Diskrete und das die Unterschiede Verwischende, Verbindende, Kontinuierliche. Beides, sowohl das Kontinuierliche, wie das Diskrete, erscheint also jedes für sich logisch hineinkonstruiert in den Komplex des Wahrnehmungsaktes, der unsere theoretischen Anschauungen über die empirischen Gegenstände in gleicher Weise verschwommen macht, wie er selbst verschwommen ist, und der alle physikalischen Begriffe zu unsicheren, schwankenden Gebilden unseres Denkens werden läßt. Aber diese Schwankungen sind zwischen Grenzen eingeschlossen, und deshalb erfüllen die physikalischen Begriffe ihren Zweck und vermitteln uns, wennschon nicht scharf, so doch angenähert die Vorgänge in der wirklichen Natur.

Von diesem Gesichtspunkt aus erledigen sich alle Fragen derart, ob unsere Naturgesetze stetige oder unstetige Funktionen sind, von selbst. Das Gravitationsgesetz z. B. wird als näherungsweise, stetige Funktion zwischen näherungsweise definierbaren, physikalischen Größen aufzufassen sein, es ist aber nicht ganz ausgeschlossen, daß eine spätere Zeit feststellt, daß die Gravitation etwa eine Wellenausbreitung ist, und daß die Anziehung zwischen den gravitierenden Massen ruckweise, in lauter kleinen

[1] Meinong, Über die Erfahrungsgrundlagen unseres Wissens, Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissenschaft, Bd. 1, Heft 6, S. 66ff., hat eindringlich dargelegt, daß alle Wahrnehmung und alle Wirklichkeit „zeitverteilt" ist, d. h. daß ein nur in einem Zeitpunkt oder Raumpunkt vorhandenes Wirkliches uns nicht gegeben ist.



Stößen, erfolgt. In diesem Fall würde also das Gravitationsgesetz verfeinert werden können, und was uns heute als ein Elementarvorgang erscheint, würde sich als ein Mittelwert aus vielen, diskreten Elementarvorgängen ganz anderer Art herausstellen. Es erledigt sich auch grundsätzlich die Frage, ob die empirische Materie atomistisch oder kontinuierlich aufgebaut ist. — Heute glaubt jeder Physiker und Chemiker mit gutem Recht, daß die Materie aus Atomen besteht, ebenso wie er glaubt, daß ein Haus aus lauter einzelnen Teilen, Ziegelsteinen usw. zusammengefügt ist. Das schließt aber nicht aus, daß der Bereich jedes einzelnen Atoms sehr groß ist und sich durch das ganze Sonnensystem erstreckt, wie Faraday[1] meinte; unter diesen Umständen wird man also dabei stehen bleiben müssen, daß die uns verschwommen gegebene Materie auch nur mit verschwommenen, physikalischen Begriffen beschrieben werden kann. Die Begriffe des mathematischen Kontinuums und des mathematisch Diskreten sind Selbsterzeugnisse des Denkens, die darum scharf sind, weil unser Denken scharf arbeitet.

Ob irgendein physikalischer Vorgang mit Hilfe des Kontinuums oder mit Hilfe einzelner, diskreter Elemente beschrieben wird, ist vor allem eine Frage der Zweckmäßigkeit oder, mit Mach zu reden, der Ökonomie. Ein weiteres Beispiel hierfür mag noch an Hand eines empirischen Gegenstandes gegeben werden, der kein physikalischer ist, aber prinzipiell wie ein solcher behandelt werden kann. G. F. Knapp[2] fragt in seiner Schrift „Über die Ermittlung der Sterblichkeit. Aus den Aufzeichnungen der Bevölkerungsstatistik“: „Ist die Menge der geschehenen Geburten eine stetige Funktion der Zeit? Offenbar ist sie keine stetige Funktion der Zeit, wenn man so genau als möglich den Vorgang auffaßt. Denn wenn z. B. eine Bevölkerung nicht sehr groß wäre, so daß etwa jährlich nur gegen 3000 Geburten vorfallen — ungefähr 10 an jedem Tage —, so kann man die Zeit um ganz be-

[1] Faraday, Experimentaluntersuchungen über Elektrizität, 2. Bd. 1890, S. 263.

[2] Leipzig 1868, S. 11 ff.

trächtliche Bruchteile eines Tages fortschreiten lassen, ohne daß die Geburtenmenge nur um die Zahl eines einzigen Geborenen wüchse. ... Aber jedermann wird zugeben, daß es schon für Gebiete, auf denen täglich nur wenige Geburten stattfinden, eine sehr geringfügige Entstellung ist, wenn man das Hinzutreten je eines Geborenen so über eine kleine Zeitstrecke ausdehnt, daß in keinem Zeitpunkte der Zuwachs zur Geburtenmenge ganz aufhört. Indem wir diese Vorstellung uns aneignen, dürfen wir die Geburtenmenge als eine stetige Funktion der Zeit betrachten, ohne daß der Natur der Sache ein wesentlicher Zwang auferlegt würde." Also kurz gesagt: Knapp setzt die Zahl der Geburten pro Zeiteinheit willkürlich als stetige Funktion der Zeit an, und zwar ist dieser Ansatz bequem und näherungsweise zutreffend. Ebenso setzt man z. B. die zerfallende Menge radioaktiver Substanz $J = J_0 \cdot e^{-\lambda t}$, also gleich einer stetigen Funktion der Zeit, obwohl der Zerfall bei genauerer Betrachtung diskontinuierlich erfolgt.

Die heutige Physik löst alle Vorgänge an physikalischen Körpern in atomistische, unstetige Teilprozesse auf und läßt bei Betrachtung sehr großer Mengen von Materie, wie in der Elektrizitätstheorie, Hydrodynamik usw., die Idee des — hier hinreichend genauen — Massenkontinuums zu. Andererseits aber setzt die heutige Physik in den Differentialgleichungen der Mechanik und Elektrodynamik implicite Kontinua von Raum, Zeit, Bewegung, elektrischer Kraft usw. voraus. Möglicherweise wird auch hier einmal eine Feinzerlegung in „Atome" vor sich gehen. Aber der Gedanke wäre kühn, daß irgendein, sei es kontinuierliches, sei es diskontinuierliches Elementarteilchen oder ein Elementarbegriff als letzte Realität in der Physik anzusprechen wäre, daß also der wirklichen Natur ein Gedanke adäquat entsprechen könnte.

§ 11. Konditionale und kausale Naturbeschreibung.

Die Beschreibung eines Naturvorganges ist vollständig, wenn wir ihn in allen seinen quantitativen Einzelheiten aus gegebenen

Bedingungen vorausberechnen können; dann beherrschen wir den Naturvorgang. Das Ideal einer solchen Beschreibung ist somit ein mathematisches (vgl. § 9), und es ist verständlich, wenn die Naturforscher und Mathematiker in gemeinsamer Arbeit verbunden sind.

Trotzdem sind die Deduktionen des Mathematikers von denen des Naturforschers sehr verschieden: ist doch der Gegenstand des Mathematikers das unendliche Feld der logischen Möglichkeiten, der Gegenstand des Physikers der eindeutige Ablauf der Natur. Um den Unterschied klar zu machen, möge ein Beispiel ins Auge gefaßt werden: es handle sich darum, die Bewegung eines fallenden Steines zu beschreiben. Die mathematische Beschreibung kann auf verschiedenen Wegen erfolgen, z. B. dadurch, daß die Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt} = gt$ vorausgesetzt wird. Damit ist die vollständige Bedingung für die Bewegung gegeben, diese ist eindeutig festgelegt und läßt keine Mehrdeutigkeit mehr zu. Durch rein formale Methoden des Integrierens obiger Gleichung lassen sich Folgerungen ziehen, die darum richtig sein müssen, weil sie logisch nur in eindeutiger Weise weiter zu führen sind und auf richtiger Grundlage stehen. Die physikalische Beschreibung aber ist hiermit nicht zufrieden, ihr genügt nicht nur die Anführung von logisch hinreichenden Bedingungen und Schlüssen, die zu einem richtigen Ergebnis führen, sie verlangt, daß die Bewegung des fallenden Steines kausal begriffen wird. Eine kausale Beschreibung würde etwa so ausfallen: der Stein erhält in jedem Augenblick zu seiner augenblicklichen Geschwindigkeit einen Zusatz, er erfährt eine Beschleunigung g, die durch die Anwesenheit der gravitierenden Erde bedingt ist und (in erster Annäherung) als konstant, von der Fallhöhe unabhängig, angenommen werden kann. Das Charakteristische hieran ist das Kausale, d. h. das Streben nach der Angabe des Grundes, der in jedem Zeitmoment den Bewegungszustand gegenüber dem Bewegungszustand im vorhergehenden Zeitmoment bedingt.

Ein zweites Beispiel sei etwa der Optik entnommen. Die Beugung des Lichtes an einem Spalt kann so beschrieben werden: die Lichterregung des Lichtvektors s ist allgemein mit den Koordinaten durch die Differentialgleichung verbunden:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = V^2 \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}\right).$$

Diese Gleichung ist unter Berücksichtigung gewisser Randbedingungen an der Oberfläche der Beugungsschirme zu integrieren. Das ist die eine Art der Beschreibung. — Die andere lautet etwa so: die auf die beugende Öffnung auffallende Lichtenergie bringt hier Erschütterungszentren hervor, welche Kugelwellen in den Raum entsenden; die Überlagerung dieser Kugelwellen ist die Lichterregung hinter der beugenden Öffnung.

Wir können diese beiden Arten der Beschreibung kurz die konditionale und die kausale nennen. Die konditionale mathematische Beschreibung gibt also irgendwelche ganz beliebigen Bedingungen an, aus denen mit rein logischer Notwendigkeit das Endergebnis des Naturvorgangs so, wie es zur Beobachtung gelangt, folgt. Bei dieser Behandlungsweise schweigt der Naturforscher und hat der mathematische Virtuose das Wort. Die kausale, physikalische Beschreibung ist im Grunde nur ein Spezialfall der konditionalen: sie weist diejenigen Bedingungen auf, welche den Naturvorgang zu einem Zeitpunkt aus dem Zustande zu einem kurz vorhergehenden Zeitpunkt ergeben. Die kausale Beschreibung kann man also als denjenigen Spezialfall der konditionalen Beschreibung ansehen, für welchen die Verknüpfung von Grund und Folge durch ein Zeitdifferential getrennt ist.

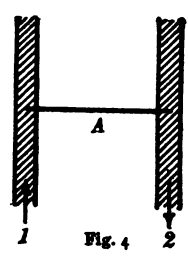


Fig. 4

Ein weiteres Beispiel (vgl. Fig. 4): es möge ein beweglicher Metallbügel A in zwei parallelen Quecksilberrinnen 1 und 2 eintauchend schwimmen, und es möge ein elektrischer Strom in der Pfeilrichtung bei 1 eintreten und bei 2 austreten; dann wird, wie bekannt, der Leiterteil A parallel zu sich selbst infolge des elektrischen Stromes fortgetrieben. Wie wird dieser Vorgang von

einem Mathematiker und wie von einem Physiker beschrieben? Der erstere würde z. B. auf das Amperesche Kraftgesetz hinweisen, wonach die zwischen zwei Stromelementen wirkende Kraft $k = \frac{\text{const}}{r^2}(3 \cos \vartheta_1 \cdot \cos \vartheta_2 - 2 \cos \varepsilon)$; also ist, da ϑ_1 bzw. ϑ_2 (die Winkel je eines Stromelements gegen die Verbindungslinie r beider) spitz, und ε, der Winkel der Stromelemente untereinander, 90^0 beträgt, k positiv, sodaß eine abstoßende Kraft zwischen dem beweglichen Leiterteil A und den stromdurchflossenen Stromrinnen eintritt. Der Physiker würde etwa sagen: der geschlossene Strom erzeugt magnetische Kraftlinien, deren Dichte am größten ist im Innern der Stromschleife. Da nun diese Kraftlinien sich gegenseitig drücken, so muß der bewegliche Leiterteil A dem Drucke nachgeben und sich parallel den Rinnen in Bewegung setzen. — Man sieht wieder, worauf es hier ankommt: die mathematische, konditionale Betrachtung ist vollständig hinreichend zur Erzielung des Ergebnisses, kümmert sich aber nicht um „die physikalischen Bedingungen", d. h. um die kausalen, den Vorgang aus dem zeitlich vorhergehenden Zustand begreiflich machenden Bedingungen. Daher ist eine mathematische, konditionale Beschreibung mehrdeutig und kann auf die verschiedenartigsten Weisen erfolgen. So kann auch das obige Amperesche Kraftgesetz durch andere mathematische Ausdrücke ersetzt werden. Die physikalische, kausale Beschreibung erstrebt stets eine, wahre, der Natur möglichst nahekommende zu sein. Beide Arten der Beschreibung, sowohl die konditionale wie die kausale, können natürlich nur näherungsweise zutreffen; daher kann durch Verfeinerung der Beobachtungen oder durch sonstigen wissenschaftlichen Fortschritt eine kausale Beschreibung in die Rolle einer konditionalen gedrückt werden. Aber es kann nicht eine konditionale Beschreibung, welche einen physikalischen Zustand zu einer Zeit t durch andere Bedingungen beschreibt als solche, die zur Zeit $t - dt$ herrschen, zu einer kausalen Beschreibung werden.

In der Physik gehen die beiden Betrachtungsweisen neben-

einander her. Jede ist in ihrer Art wohl unersetzlich. Man bemerkt, daß die mehr mathematisch gewendeten Forscher durch das Fehlen der kausalen Beschreibung nicht bedrückt werden und daß sie zufrieden sind, wenn sie die hinreichenden Bedingungen, die ein physikalisches Problem eindeutig festlegen, gefunden haben und daraus Schlüsse ziehen können. Dagegen tritt bei den eigentlichen physikalischen Forschern der Drang nach der „wahren Ursache" einer Erscheinung in den Vordergrund, und sie pflegen erst, wenn sie diese gefunden, ihrem Drängen nach Erkenntnis genügt zu haben. So haben wir hier den Unterschied, der zwischen dem mathematischen (theoretischen) und dem experimentellen Physiker im Betriebe der Wissenschaft hervortritt, auf den Unterschied zwischen konditionalem und kausalem Denken zurückgeführt. An Beispielen aus der Geschichte sei angeführt: Faradays Leistung einer Theorie der Elektrizität bestand darin, daß er die vorhandene hochentwickelte, mathematisch-konditionale Betrachtungsweise durch eine kausale ersetzte; andererseits bestand Galileis Tat der Aufstellung der Fallgesetze darin, daß er die auf die Ursache der Schwerkraft gerichteten Spekulationen der Scholastiker vermied und an die Stelle des kausalen Forschens vorerst die konditionale Frage nach dem mathematischen Gesetz der Fallbewegung stellte und löste. Welche Art der Betrachtung in einem gegebenen Falle diejenige ist, die dem Fortschritt der Wissenschaft am besten dient, dürfte von der Eigenart des speziellen Problems abhängen. So ist z. B. die Newtonsche Annahme von Fernkräften mathematisch außerordentlich ökonomisch, obgleich physikalisch unwahrscheinlich; der kausale Zusammenhang ist hier aber noch heute dunkel.

Die konditionalen Theorien sind meist glatter und bequemer im Gebrauch als die kausalen. Das mag daher rühren, daß die konditionalen Theorien dem logischen Verstande angepaßt sind. Die kausalen Theorien dagegen sind ohne jede Rücksicht auf Denkökonomie gebaut und lassen einfach in Gedanken eine zeitlich-räumliche Folge von Naturereignissen vor unseren geistigen Augen ablaufen; der Kausalnexus ist also recht eigent-

lich bezeichnend für die Naturwissenschaft, die konditionale Theorie dagegen ist bezeichnend für die mathematische Technik im Sinne einer logischen Kunst.

Es wird oft behauptet, der wissenschaftliche Fortschritt bestünde darin, unsere Einsicht in den kausalen Zusammenhang der Naturereignisse zu vervollkommnen, also uns immer genauer die raumzeitliche Folge der Naturerscheinungen kennen zu lehren. Das ist zutreffend, soweit es sich um die physikalische Durchdringung und Beschreibung handelt. Es ist aber nicht zutreffend hinsichtlich der auf möglichst denkökonomische, kurze und doch vollständige Beschreibung jeder wissenswerten Einzelheit gerichteten, mathematischen Durchdringung. Die mathematische Behandlung einer Naturerscheinung macht dieselbe zu einem Problem, das gewissen formalen Bedingungen genügen muß, ohne jede Rücksicht auf einen kausalen Zusammenhang. Die vervollkommnete mathematische Physik drängt also von der kausalen Betrachtungsweise ab zu einer allgemeinen konditionalen, die für die Errechnung von quantitativen Resultaten meistens praktischer, weil denkökonomischer ist als die kausale, auf den Zusammenhang in aufeinanderfolgenden Zeitmomenten gerichtete Betrachtungsweise. — Wenn z. B. Maxwell die Gesetze der Gasmoleküle durch Wahrscheinlichkeitserörterungen zu finden sucht, so ist eine solche Methode weit davon entfernt, uns den Einblick in den Kausalzusammenhang der Stöße usw., der ungeheuer verwickelt ist, zu gestatten. Statt dessen begnügt sich Maxwell mit der Aufstellung von allgemeinen Bedingungen, denen die Moleküle unterworfen sind, und er schließt dann rein konditional aus diesen Bedingungen der Gleichberechtigung aller Fortpflanzungsrichtungen, der Gleichberechtigung aller Geschwindigkeiten usw. auf die wahrscheinlichste aller möglichen Verteilungen, und damit auf die wirklichen Eigenschaften des Gases. Hierbei fehlt dem Physiker der Einblick in den kausalen Zusammenhang, der ihn erst befriedigt; dem Mathematiker aber genügt die konditionale Betrachtung, die elegant und denkökonomisch zu bestimmten, greifbaren Folgerungen führt.

Der Experimentator, der Techniker, der Ingenieur wird sich nur ungern mit der konditionalen Theorie begnügen, er wird erst dann Sicherheit des Handelns gewinnen und befriedigt sein, wenn er auch eine kausale Theorie hat. Erst in diesem Moment hat er die Sache „verstanden". Der Formalist, der Mathematiker, der reine Theoretiker dagegen wird mit der konditionalen Theorie zufrieden sein. Er wird sie sogar für besser halten als die kausale: sie arbeitet eleganter, der mathematischen Ökonomie besser angepaßt, ist weniger schwerfällig und wirkt gleichsam zauberhaft: der Verstand erscheint hier so recht als der Herr der Materie. Darin liegt eine Gefahr: es entsteht leicht eine Überschätzung des Verstandes gegenüber dem Wert der Tatsachen, eine Mißachtung der kausalen Betrachtungsweise, noch dazu scheinbar geschützt durch die Erwägung, daß doch auch das Kausale in letzter Instanz nur konditional (in zeitlicher Nahewirkung) ist.

Die kausale Naturbeschreibung ist oft bekämpft worden, und seit Humes Analyse der Kausalität sieht man Fragestellungen nach der Ursache einer Erscheinung mit Mißtrauen an. Natürlich sind die von Hume aufgezeigten Schwierigkeiten im Kausalbegriff nicht zu bestreiten, und wir trugen ihnen bereits oben Rechnung, indem wir die kausale Betrachtungsweise als Spezialfall der konditionalen bezeichneten. Aber ebenso unbestreitbar ist es, daß die historische Entwicklung der modernen Physik und Naturwissenschaft deutlich zeigt, daß die kausale gegenüber der allgemeinen konditionalen Verknüpfung der Naturvorgänge nicht zu entbehren ist.

Wir können die verschiedenen Verknüpfungsmöglichkeiten von Naturereignissen in folgendes Schema bringen: Wir denken uns irgendwo im Raume bei A einen physikalischen Zustand a zur Zeit t und ferner irgendwo im Raume bei B einen Zustand b zur Zeit $t + \tau$. Dann sind, falls der physikalische Zustand b von dem Zustand a bedingt wird, folgende Verknüpfungsmöglichkeiten zwischen beiden denkbar:

1. Der Zustand b hängt vom Zustand a nur dann ab, wenn b dem a zeitlich und räumlich benachbart ist (also $\tau = + \delta t$;

und, wenn die Entfernung von A und B mit r bezeichnet wird: $r = \delta r$.

2. Der Zustand b hängt vom Zustand a auch dann ab, falls b dem a zwar zeitlich, aber nicht räumlich benachbart ist (also $\tau = + \delta t$, aber r von endlicher Größe).

3. Der Zustand b hängt vom Zustand a auch dann ab, falls b dem a weder zeitlich noch räumlich benachbart ist (also τ sowie r von endlicher Größe).

Die Verknüpfungsmöglichkeit 3. ist noch keineswegs die allgemeinste, die denkbar ist. Z. B. ließe sich τ auch negativ ansetzen, aber dann würde ein Ereignis b von einem zeitlich späteren Ereignis a abhängig sein; an die Zweckmäßigkeit dieses Ansatzes glaubt wohl nur der Spiritist oder Hellseher.

Beginnen wir mit dem speziellsten Falle 1. Diesen kann man kurz den der zeitlichen und räumlichen Differentialverknüpfung nennen. Er schließt jede räumliche Fernwirkung aus, und ist in der Physik erst durch Faraday konsequent durchgeführt worden. Faraday ist daher derjenige, der die Kausalverknüpfung von Naturereignissen in ihre engste, speziellste Form brachte. Dadurch kam er zu seinen großen Entdeckungen und wurde zum Begründer der modernen Elektrodynamik; er ist ein klassisches Beispiel dafür, wie eine naturphilosophische Überzeugung zu praktisch verwertbaren Ergebnissen geführt hat.

Der Fall 2 kann als zeitliche Differentialverknüpfung bezeichnet werden. Er läßt räumliche Fernwirkungen zu und bezeichnet die Auffassung des Kausalitätsgedankens in der Physik vor Faraday, als die Naturforscher die ganze physikalische Natur aus einem System von „Zentralkräften" aufzubauen suchten. Dies war z. B. auch noch der Standpunkt in Helmholtz' Abhandlung „Über die Erhaltung der Kraft"; in der Einleitung S. 6 heißt es: „Es bestimmt sich die Aufgabe der physikalischen Naturwissenschaften dahin, die Naturerscheinungen zurückzuführen auf unveränderliche, anziehende und abstoßende Kräfte, deren Intensität von der Entfernung abhängt. Die Lösbarkeit

dieser Aufgabe ist zugleich die Bedingung der vollständigen Begreiflichkeit der Natur."

Fall 3 endlich läßt auch zeitliche Fernwirkungen zu. Ob diese je ein Physiker, der nicht Spiritist war, faktisch für möglich hielt, mag dahingestellt bleiben. Aber daß solche zeitlichen Fernwirkungen zwecks formaler, mathematischer Beschreibung von Nutzen sein können, wird zuweilen angenommen. So bemerkt Picard[1], daß man die Mechanik einteilen könne in solche mit und ohne „Vererbung"; in der Mechanik ohne Vererbung hängt der zukünftige Zustand eines Massensystems nur vom unmittelbar vorhergehenden Zustand ab, in der Mechanik mit Vererbung dagegen von der gesamten Vorgeschichte des Systems. Beispiele für Vererbung in der Physik sind die elastische Nachwirkung, die magnetische Hysterese u. a. Andererseits meinte Painlevé[2], daß die Probleme der Vererbungserscheinungen nur scheinbare Probleme seien, weil sie nicht auftreten würden, wenn man eine vollkommenere Kenntnis von der Konstitution der Körper hätte.

Man wird aus dem Dargelegten zweierlei ersehen: daß die kausale Betrachtungsweise in der Naturwissenschaft unentbehrlich neben der formalen, konditionalen besteht, und zweitens, daß die kausalen Bedingungen eines physikalischen Ereignisses, die eigentlich physikalischen Bedingungen, nichts anderes als eine spezielle Art von konditionalen Bedingungen sind, die sich als zeitliche und räumliche Differentialverknüpfung charakterisieren lassen. Für den Konstrukteur, den Techniker, den Mathematiker, der lediglich die Natur beherrschen, d. h. künftige Ereignisse voraussehen und voraussagen will, ist jede Form der Bedingungen eines Problems recht, wenn sie ihn nur möglichst schnell und einfach zum richtigen Ergebnis hinführen; ja, für diesen Zweck können die nach mathematischen Grundsätzen

[1] Picard, La mecanique classique et ces approximations successives. Revista di Scienca (Bologna) 1, 4, 1907.

[2] Painlevé, De la methode dans les sciences, Paris (Alcan) 1909; s. auch Wiechert, Wied. Ann. 50, 335 und 546, 1893.



aufgebauten Schlußweisen die elegantesten, bequemsten, denkökonomischsten sein, und sie sind es auch meist, und so mag es kommen, daß zuweilen eine konditionale Theorie für besser als die kausale gehalten wird. Nur der Physiker und Naturphilosoph hat das Bedürfnis, zu den letzten, äußersten Bedingungen der Naturvorgänge, den kausalen Differentialverknüpfungen in Zeit und Raum vorzudringen, was, wie gesagt, nicht heißt, daß diese kausale Betrachtungsweise, so ursprünglich sie ist, auch zweckmäßig zur schnellen Berechnung der quantitativen Verhältnisse eines Problems sein muß.

§ 12. Die Entstehung physikalischer Begriffe.

Die physikalischen Begriffe entstehen, da sie auf Beobachtungen von Naturerscheinungen gegründet sind und an Erfahrungen anknüpfen, durch Nachdenken über Naturerscheinungen, ebenso wie die Begriffe des täglichen Lebens durch Abstraktion aus den Wahrnehmungen des täglichen Lebens zustande kommen. So dürfte z. B. der physikalische Begriff „Masse“ aus primitiven Erfahrungen im Umgang mit Holz, Steinen, auch unseren Gliedmaßen usw. entstanden sein. Weniger ein wissenschaftlicher Erkenntnistrieb, als die drückenden Bedürfnisse des Lebens und die bewußte und unbewußte Steigerung der Lebensbedürfnisse durch Technik sind es, die die ersten primitiven Begriffe der Physik bildeten; als die ersten wissenschaftlichen Physiker an die physikalischen Erscheinungen herantraten, fanden sie daher bereits eine ganze Zahl von physikalischen Begriffen vor; sie brauchten diese nicht erst zu schaffen, sondern sich nur um die Klarstellung und Verfeinerung zu bemühen. — Primitive, physikalische Begriffe sind ferner Geschwindigkeit, Druck, Lichtstärke und andere. Die Lage der ersten Physiker werden wir also so auffassen können, daß die Vorgänge, die zur Erzeugung physikalischer Begriffe führten, sich schon abspielten, als es noch keine Menschen gab, die sich Physiker nannten und die die Bildung physikalischer Begriffe als etwas Besonderes, Wissenschaftliches empfanden; das bloße Bewußtwerden dieser wissenschaftlichen Tätigkeit

bringt an sich noch nichts Neues hinsichtlich des Werdeprozesses der Begriffe zustande.

Durch die bewußtgewordene wissenschaftliche Arbeit aber werden auch neue physikalische Begriffe gebildet, die vorher nicht und erst recht nicht zu vorwissenschaftlichen Zeiten da waren. Solche Begriffe sind z. B. Entropie, Energie, magnetische Kraft und viele andere. Die Entstehung dieser Begriffe, welche Schöpfungen der Wissenschaft selbst sind, ist klarer und leichter zu untersuchen als die der primitiven; sie wird uns im einzelnen später beschäftigen. Hier mag die allgemeine Frage nach den Motiven und Veranlassungen erörtert werden, die zur Bildung neuer physikalischer Begriffe hinführen.

Die natürlichste Veranlassung zu neuen Begriffsbildungen ist eine neue, bisher unbekannte Naturerscheinung, also eine Entdeckung. Eine solche war z. B. diejenige, daß gewisse Eisenerze, die in der Nähe der Stadt Magnesia gefunden wurden, die Fähigkeit haben, Eisenteilchen aus kleinen Entfernungen anzuziehen; bei diesen und den daran anknüpfenden einfachsten Erscheinungen des Magnetismus trat sogleich das Bedürfnis der Namengebung der Erscheinung (nach dem Orte der Entdeckung) und ihrer Einzelheiten auf („Magnet", „Pole" des Magneten usw.); im Anschluß daran entsteht dann die weitere Frage, was man sich unter den so eingeführten Namen zu denken habe.

Die letztere Frage, die bereits der theoretischen Physik angehört, pflegt auf primitiver Entwicklungsstufe gern durch ein seelisches Gleichnis beantwortet zu werden; so erklärten die Alten das Verhalten der Magnete durch „Liebe" und „Haß", insbesondere wurde auch der Magnetpol zum Sitz von Liebe und Haß. Diese Betrachtungsweise des seelischen Gleichnisses gehört nicht etwa nur einer fernen Vergangenheit an, auch moderne Forscher bedienen sich ihrer; wenn z. B. Zöllner[1] den Gedanken äußert, daß mit dem Übergang von potentieller in kinetische Energie eine Lustempfindung, mit dem von kinetischer in potentielle Energie eine Unlustempfindung verbunden sei, wenn

[1] Zöllner, Natur der Kometen, Leipzig 1872, S. 326.

Planck[1] der Natur eine größere Vorliebe für den Endzustand als für den Anfangszustand eines irreversiblen Prozesses zuspricht, so sind alles dies antropomorphe Betrachtungsweisen, die verwandt sind dem Fetischismus des Naturmenschen, der in jedem natürlichen Vorgang das Walten einer geheimnisvollen, beseelten Macht sieht. Antropomorphe Reste treten übrigens auch in vielen Namen von physikalischen Begriffen zutage, wie z. B. Kraft, lebendige Kraft, Trägheit, Energie, Arbeit, Empfindlichkeit (z. B. einer photographischen Platte) usw.

Wir können aus dieser Sachlage entnehmen, daß sich in physikalischen Begriffen anthropomorphe Einschläge einstellen können, die augenscheinlich durch die Rätselhaftigkeit der Naturerscheinungen, welche dem Begriff zugrunde liegt, begünstigt werden. Andererseits wird die Meinung vertreten, daß dieser Einschlag nicht zu dem eigentlichen wissenschaftlichen Kern eines physikalischen Begriffs gehört, sondern eine willkürliche Zutat bildet: es muß allerdings möglich sein, einen schärferen Begriff vom Magnetismus zu erhalten als den von „Liebe und Haß" der Magnetpole, und einen exakteren Begriff von der Entropie als den eines „Maßstabes für die Vorliebe der Natur". Aber ganz ohne anthropomorphen Rest, d. h. ohne eine aus dem Wahrnehmungsvorgang herrührende Zutat, dürfte sich kein physikalischer Begriff bilden lassen.

Eine besondere Rolle spielen die höheren, die abgeleiteten Begriffe der Physik. Hierfür ein Beispiel: Ein Pendel möge Schwingungen im Schwerefelde der Erde vollführen. An diesem Vorgang können wir verschiedenerlei beschreiben: z. B. die Geschwindigkeit in jedem Augenblick angeben, die Abhängigkeit des Elongationswinkels von der Zeit usw. Diese Beschreibung geschieht durch Formeln, die die Maßzahlen der einzelnen Größen, wie Geschwindigkeit, Elongationswinkel usw. als Funktion der Maßzahl der Zeit, der Fadenlänge usw. angeben (vgl. § 8). Dabei wird auch eine durch ihre Einfachheit auffällige Beziehung zwi-

[1] **Planck, Über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, München 1879.**

schen den Maßzahlen bemerkt, die (im Falle reibungsloser Schwingungen) lautet:

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 + p \cdot h_0 = \tfrac{1}{2} m v^2 + p \cdot h.$$

Hier bedeutet m die Maßzahl der Masse des Pendels, v_0 die der Geschwindigkeit zur Zeit o, p die des Gewichts des Pendels, h_0 die Maßzahl der Steighöhe zur Zeit o, v und h die den Größen v_0 und h_0 entsprechenden Größen zu einer beliebigen Zeit t. Wenn wir also eine neue Maßzahl E durch die Gleichung definieren:

$$E = \tfrac{1}{2} m v^2 + p \cdot h,$$

wo sich v und h auf irgendeinen beliebigen Zeitmoment beziehen, so hat E die bemerkenswerte Eigenschaft, einen bestimmten, von der Zeit unabhängigen Wert zu haben, der für das betreffende Pendel in dem betreffenden Schwerefeld charakteristisch ist. Es liegt daher nicht fern, die neue Maßzahl E als die einer neuen physikalischen Größe zu kennzeichnen: so entsteht das, was man „Energie des Pendels" nennt. Der neue Begriff „Energie" ist hier also durch die Neigung unseres Verstandes erzeugt, sich an etwas Konstantes anzulehnen und etwas möglichst Einfaches, mit möglichst einfachen Eigenschaften, aus dem Chaos des Komplizierten herauszuheben. Das Motiv der Begriffsbildung ist hier einerseits subjektiv, durch unseren Verstand gegeben; dem gebildeten Begriff „Energie" liegt aber andererseits insofern etwas Objektives zugrunde, als der Naturvorgang der Pendelschwingung tatsächlich so erfolgt, daß sich eine Größe E angeben läßt, die konstant bleibt. Dies ist durchaus nicht selbstverständlich; es könnte doch auch sein, daß der Naturvorgang so verläuft, daß sich keine Konstante aus den Parametern des Vorganges finden läßt.

Das angeführte Beispiel ist typisch: viele physikalische Begriffe sind nur entstanden durch unsere Neigung, möglichst einfache Elemente der Beschreibung zu finden, welche einen wahrgenommenen, physikalischen Vorgang darstellen, d. h. zur sprachlichen und gedanklichen Wiedergabe zu bringen gestatten. Wenn ich mir z. B. den Begriff der elektrischen Ladung bilde, so kann dies etwa so geschehen, daß ich den Fall zweier durch Reibung

elektrisierter, sich anziehender Kügelchen untersuche und finde, daß die Maßzahl der mechanisch gemessenen Anziehungskraft K, multipliziert mit dem Quadrat der Maßzahl r der gegenseitigen Entfernung, eine Konstante ist, deren Wert durch den individuellen elektrischen Zustand jeder der beiden Kügelchen bestimmt wird; ich kann also setzen:

$$K = \frac{\text{const}}{r^2}.$$

Die nähere Betrachtung zeigt dann, daß die Konstante in zwei Faktoren zerlegbar ist, deren jeder nur von einer der elektrisierten Kügelchen abhängt; jeder dieser Faktoren ist also durch den Zustand des anderen Kügelchens nicht zu beeinflussen und auch nicht durch dritte, vierte und mehr Kugeln zu ändern, wie die Erfahrung zeigt. So führt also die Beobachtungstatsache zu einer, den elektrischen Zustand eines Körpers charakterisierenden Maßzahl, der Begriff der elektrischen Ladung wird gebildet und bestimmt festgelegt.

Auch primitive, physikalische Begriffe, deren Entstehen schwieriger zu erörtern ist, dürften in ähnlicher Weise geschaffen worden sein: die (physikalische) Länge eines (physikalischen) Körpers, z. B. die Länge eines Holzstabes, kann aufgefaßt werden als entsprungen der subjektiven Neigung, etwas Einfaches, Konstantes aus dem Wahrnehmungsfeld, in dem sich der Holzstab befindet, herauszuheben, und das ist die für unsere Tastempfindung immer gleiche Länge, die der Stab in den verschiedensten Lagen, Umgebungen, Beleuchtungen usw. behält. Bei den primitiven Begriffen ist das Einfache direkt durch Empfindung (Tastempfindung) gegeben, bei den komplizierteren Begriffen (wie z. B. oben bei der Energie) durch die einfachste Eigenschaft einer Maßzahl, die als Funktion von anderen Maßzahlen bekannter Begriffe, die direkten Empfindungsinhalt besitzen, auftritt, also erst mittelbar durch Empfindung. Die physikalischen Begriffe erscheinen mithin als Abstraktionen, die sich der auf Ökonomie eingestellte Verstand aus dem Komplex der Wahrnehmungsinhalte herausschält, und die der Verstand dann wieder konstruk-

tiv verwendet, um ein Bild der physikalischen Erscheinungen zu entwerfen, d. h. diese zu „erklären". Der folgende Abschnitt erläutert die wichtigsten physikalischen Begriffe im einzelnen.

B. Besonderes.

§ 13. Der Raum.

Der Erörterung des physikalischen Raumes, auf die wir hinzielen, des Raumes also, in dem mechanische, elektrische und andere Vorgänge, alle Vorgänge der Technik und des täglichen Lebens vor sich gehen, sei eine solche des Raumes schlechthin vorausgeschickt.

Über den Raum bestehen noch beträchtliche Meinungsverschiedenheiten, und oft haben die Denker heftig miteinander gestritten. Der unbefangene Zuschauer dieses Streites wird nicht annehmen wollen, daß die verschiedenen Ansichten der originalen Denker über den Raum falsch sind. Es ist unwahrscheinlich, daß Menschen von bedeutenden Kenntnissen und Fähigkeiten des Verstandes als Ergebnis ihres Nachdenkens über das Raumproblem Widersprüche und darum Falsches hervorbrachten. Eher erscheint es glaubhaft, daß das Problem selbst ein verzweigtes und tiefes ist, und daß deshalb der einzelne Bearbeiter nicht das ganze Problem, sondern nur einen Teil erfaßte. Wir erwarten daher, daß die Äußerungen der verschiedenen Autoren erst dann richtig bewertet werden, wenn man sich über den Sinn klar ist, in dem sie gemeint sind.

Lassen wir zunächst einige Äußerungen über den Raum kurz folgen. Aristoteles[1] meinte, der Raum sei eine Abstraktion von den Sinnendingen. — Berkeley[2] war der Ansicht, daß räumliche Ausdehnung und Figur von anderen Sinnesqualitäten, wie z. B. Farbe, unmöglich abtrennbar sei. Hume[3] äußerte: „Wir

[1] Vgl. Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, Leipzig 1910, S. 267.

[2] Berkeley, Workes Vol. I. p. 160.

[3] Hume, On human Nature I, 2. Sekt. 3.

haben keinen Begriff von Raum oder Ausdehnung, als insofern er ein Objekt des Gesichts oder des Gefühls ist"; Hume[1] bezeichnet die Behauptung, daß die Vorstellungen der primären Qualitäten (also z. B. des Raumes) abstrakt seien, als unfaßbar und widersinnig. — Descartes[2] läßt die räumliche Ausdehnung nach Länge, Breite und Tiefe ein Merkmal, und zwar das einzige der Materie sein. — Nach Kant[3] ist der Raum ein reiner Verstandesbegriff a priori, kein Wahrnehmungsgegenstand, sondern „die Form aller Erscheinungen äußerer Sinne", eine Art, wie das Mannigfaltige der Erscheinungen geordnet werden kann. — Gauß[4] meint, man müsse „in Demut zugeben, daß der Raum auch außer unserem Geiste eine Realität hat, der wir a priori ihre Gesetze nicht vollständig vorschreiben können". — Stumpf[5] vertritt die Ansicht, „daß der Raum ursprünglich und direkt wahrgenommen wird wie die Qualität, da sie eben einen untrennbaren Inhalt bilden". — Poincaré[6] äußert, daß mit dem Empirismus in der Geometrie kein vernünftiger Sinn zu verbinden sei, ganz im Gegensatz zu Gauß, der Experimente ersann, um das Parallelenaxiom der euklidischen Geometrie auf seine Richtigkeit zu prüfen.

So viel in aller Kürze über die verschiedenen Auslassungen der Forscher zum Raumproblem: Wir nehmen selbst Stellung dazu, wenn wir gemäß § 2 von der direkten Wahrnehmung ausgehen. Fassen wir etwa eine optische Wahrnehmung ins Auge, z. B. die beim Lesen dieser Zeilen. Dann ist folgendes ersichtlich: zusammen mit der Qualität, z. B. der schwarzen Farbe der Buchstaben, nehmen wir räumliche Formen ursprünglich und direkt wahr. Wir stimmen also Stumpf bei und auch Berkeley und Hume,

[1] Hume, Untersuchung über den menschlichen Verstand, Reclam, S. 191.
[2] Descartes, principia philosophiae.
[3] Kant, Kritik der reinen Vernunft I, § 2.
[4] Gauß (vgl. Natorp, S. 325), Werke, Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen.
[5] Stumpf, Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung, Leipzig 1873, S. 115.
[6] Poincaré, Wissenschaft und Hypothese, deutsch von Lindemann, Teubner 1914, S. 81.

denn wir sind außerstande, uns eine räumliche Figur vorzustellen, welche von aller sinnlichen Qualität befreit wäre; ein farbloser Buchstabe ist anschaulich nicht vorstellbar, er muß Farbe haben, und sei es auch nur ein unscheinbares Grau. — Wir bemerken weiter, daß auch unsere Tastempfindungen einen räumlichen Inhalt haben, und zwar sind die räumlichen Eigenschaften der Tastempfindungen ähnlich denen der optischen Wahrnehmungen; eine genauere Untersuchung ergibt allerdings, daß beide keineswegs identisch sind (vgl. Stumpf a. a. O.), aber die Ähnlichkeit ist unverkennbar. Die anderen Sinne: Geruch, Geschmack, Gehör usw., vermitteln uns ebenfalls jeder individuelle räumliche Auffassungen. Man kann daher von besonderen räumlichen Eigenschaften des Sehens, Tastens usw. sprechen, oder kurz von einem „Sehraum", „Tastraum" usw. Diese physiologischen Räume haben charakteristische Eigenschaften, z. B. sind sie alle endlich, nicht unendlich ausgedehnt, die endlichen Grenzen sind unscharf, wie überhaupt die Elemente dieser Räume unscharf sind; das kleinste Element eines physiologischen Raumes ist nicht ein Punkt, sondern ein sehr kleiner Raum. Die Unterschiede der „physiologischen Räume" untereinander treten weniger hervor als das ihnen Gemeinsame, und erst die genauen Untersuchungen der modernen Physiologen haben auf die Unterschiede der physiologischen Räume geführt. Sicherlich werden bei naiver, ungenauer Auffassung die Verschiedenheiten der einzelnen physiologischen Räume nicht bemerkt, so daß es also lediglich das Übersehen der unterscheidenden Merkmale ist, das uns zum Gedanken eines einzigen Raumes bringt. Aber im fortgeschritteneren Zustande können wir jedenfalls das Gemeinsame der verschiedenen physiologischen Räume als abstrakten Begriff von der Besonderheit der einzelnen Sinnesqualität begrifflich ablösen und also die raumartigen Eigenschaften der verschiedenen Sinnesqualitäten begrifflich als „Raumanschauung" oder „Raumbegriff" zusammenfassen.

Hiernach verbinden wir mit der Ansicht des Aristoteles einen vernünftigen Sinn, wenn wir unter „Raum" unseren durch

den logischen Prozeß der Abstraktion gewonnenen Begriff der Raumanschauung verstehen; an diesen Begriff dachte offenbar Hume nicht, der seine Aufmerksamkeit einem physiologischen Raume zuwandte.

Haben wir einmal den Raumbegriff aus den einzelnen physiologischen Räumen herausgelöst, so hindert uns nichts, diesen Raumbegriff nach Belieben zu extrapolieren und bis ins kleinste zu interpolieren, also zum Begriff eines unendlich ausgedehnten, kontinuierlichen Raumes zu gelangen.

Wir werden dann völlig mit Kant einig gehen, der den Raum als „reinen Verstandesbegriff", und nicht als Gegenstand der Wahrnehmung, auffaßte. Dieser Raum kann gar nicht durch Wahrnehmung gegeben sein; im Wahrnehmungsbilde können nur Sinnesqualitäten, die mit den verschiedensten, auch raumartigen Eigenschaften behaftet sind, erscheinen. Kant hat ferner betont, daß wir, die wir den Raum als Verstandesbegriff besitzen, a priori, d. h. unabhängig von der einzelnen Wahrnehmung, den Inhalt jeder neuen Wahrnehmung „in gewissen Verhältnissen" ordnen, also den Inhalt der Wahrnehmung im Schema des Raumes aufbauen. Der Raumbegriff ist also ein logisch-konstruktives Prinzip der Außenwelt, das Ordnungsschema aller Empfindungsinhalte.

Das räumliche Ordnungsschema erstreckt sich nicht nur auf Wahrnehmungen selbst, sondern auch auf unsere Erinnerungen an Wahrnehmungen, und auf unsere gedachten Kombinationen von verschiedenen Wahrnehmungselementen. Solche Erinnerungen an Wahrnehmungen und deren kombinierte Elemente nennen wir Vorstellungen, und deshalb sind die auf etwas Räumliches bezogenen Eigenschaften unserer Sinneswahrnehmungen auch den psychischen Reproduktionen derselben, den Vorstellungen, eigen.

Das räumliche Ordnen ist nun in seinen Eigenschaften kein eindeutig vorgeschriebenes, sondern es bestehen, wie die neuere Geometrie feststellte, unendlich viele Möglichkeiten, räumliche Ordnungen vorzunehmen. Jede dieser Möglichkeiten ist eine lo-

gisch widerspruchslose und daher logisch zulässige Raumgesetzlichkeit von besonderen Eigenschaften. Das gewöhnliche Ordnungsschema ist die euklidische Raumgesetzlichkeit, kurz genannt Euklidischer Raum. Die anderen Räume, z. B. der von Bolyai-Lobatschewski, haben mathematisches und erkenntsnistheoretisches Interesse; es ist bemerkenswert, daß die Eigenschaften unseres Sehraumes dem euklidischen Raume weniger entsprechen als einem nichteuklidischen Raum.[1] Die verschiedenen Geometrien beruhen jede auf einem für sie charakteristischen System von Grundsätzen, genannt Axiomen. Jedes System dieser Axiome ist so aufgebaut, daß es keinen inneren logischen Widerspruch besitzt. Die verschiedenen Geometrien stellen also logisch zulässige Systeme von Arten des Räumlichen dar, Kant würde sagen: Arten, wie das Mannigfaltige räumlich gesetzt werden kann. Alle derartigen Geometrien sind als richtig zu bezeichnen. Besonders durch Hilbert[2] und seine Schule ist die Durcharbeitung dieses mathematischen Gebiets, die Entwicklung der logisch zulässigen Konstruktionen von geometrischen Axiomen, in Angriff genommen worden.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen über den Raum schlechthin wenden wir uns nunmehr zu unserem eigentlichen Gegenstande: dem Raume der Physik, d. h. zu demjenigen Raume, in welchem die physikalischen Vorgänge ablaufen.

Zunächst entsteht hier die prinzipielle Frage: Wenn die physikalischen Vorgänge keine Illusionen, sondern „wirklich", „außer uns", „objektiv" sind, wenn sie also „für sich sind", wie kann dann etwas Objektives, Reales in einem subjektiven Ordnungsschema, das doch unser Raumbegriff darstellt, enthalten sein? Kant beantwortet diese Frage damit, daß er die Voraussetzung des „Wirklichen", „Seienden" selbst sozusagen als eine unserem Verstande eigentümliche erklärt; das „Sein" ist nach Kant eine Verstandeskategorie, eine logische Weise, Mannigfaltiges zu „setzen", und nicht mehr. Dadurch gelingt es Kant, die ganze

[1] Dies bemerkte Mach, siehe Erkenntnis und Irrtum, Leipzig 1905, S. 330 ff.
[2] D. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, Teubner, Leipzig 1913.



Frage in sich selbst hinfällig zu machen, Metaphysik hat keinen Platz mehr vom Standpunkt dieses Subjektivismus aus, genannt „kritischer" Idealismus. Dem intellektuellen Reiz dieser Lösung Kants kann man sich kaum entziehen, und auch bedeutende Naturforscher, wie z. B. Helmholtz, haben unter dem Banne der Theorie Kants gestanden. Trotzdem sind viele Naturforscher mit der Kantschen Lösung nicht zufrieden gewesen, und auch Helmholtz hat sich von Kant wieder abgekehrt und die Ansicht vertreten, daß die Sinneswahrnehmungen „Zeichen" für objektive, reale Vorgänge im Raume — also doch wohl in einem realen Raume — seien, deren Bedeutung wir durch Erfahrung und Übung gelernt haben. Mach, der, wie Natorp[1] eingehend ausführt, viel mehr Kantianer ist, als er selbst merkte, hat Kants Raumtheorie mit Nachdruck bekämpft.

Der Widerspruch der Naturforscher gegen den Kantschen Idealismus scheint weniger auf einer Notwendigkeit als auf Neigung zu beruhen. Es ist auffallend, daß die naturwissenschaftlich interessierten Philosophen, wie beispielsweise Aristoteles, Descartes, Gauß, Helmholtz, Mach, alle in irgendeiner Form Realisten waren, während die illusionistischen und idealistischen Philosophen keine oder nur geringere naturwissenschaftliche, dagegen mehr formale Interessen besaßen; man denke an die alten Eleaten und Skeptiker, an Berkeley, Hume, Schopenhauer.

Was Kant anlangt, so entsprach er mit dem ursprünglichen „Ding an sich" noch seiner Beschäftigung mit den Naturwissenschaften, er hat sich aber später, je mehr das „Ding an sich" aus seinem Denken verschwand, von naturwissenschaftlichen Gegenständen ab- und mehr formalen und abstrakten Dingen zugewandt.

Die Vorliebe der Naturforscher für einen Raum, der real für sich selbst ist, ihre ausgesprochene Gegnerschaft gegen idealistische Ansichten entspringt offenbar der praktischen Betätigung

[1] Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, Teubner, Leipzig 1910, S. 330 ff.

in der Wissenschaft, der Nötigung, handelnd aufzutreten und nicht nur ausschließlich denkend. Übrigens pflegen auch die meisten idealistischen Philosophen eine idealistische Grundansicht durch eine realistische zu ersetzen, sobald sie sich im praktischen Leben betätigen; diese Inkonsequenz nimmt jedenfalls nicht für den Idealismus ein. Es liegt offenbar keine Notwendigkeit vor, den Idealismus zuungunsten eines Realismus anzunehmen. Vielmehr erscheint die Behauptung höchst willkürlich, daß der Raum, weil er den Sinneswahrnehmungen und unseren Begriffen eigentümlich ist, nur den Sinneswahrnehmungen und unseren Begriffen eigentümlich sein könne und nichts weiter; dieser Schluß ist ähnlich wie etwa der folgende: weil die Sprache von Menschen gesprochen wird, kann sie nur von Menschen gesprochen werden und von sonst niemandem, von keinem Tier, Grammophon od. dgl. Warum soll nicht in dem unendlichen Meer von Raumgesetzlichkeiten sich eine finden, die denkbar und außerdem wahr ist? Auch ist zu bedenken, daß so außerordentlich verschiedenartige Empfindungen wie z. B. Sehen und Tasten gemeinsame räumliche Eigenschaften besitzen, daß also das Räumliche eine Eigenschaft, die außerordentlich verschiedenen Subjekten zukommen kann, ist. Ja, das Räumliche ist in den Empfindungen, die als solche auch vom größten Skeptiker nicht als unwirklich erachtet werden können, bereits in etwas Wirklichem, Seiendem enthalten; es ist also kein Grund einzusehen, warum das Räumliche, das als Empfindungsinhalt empirische Realität hat, in physikalischen Vorgängen nicht soll objektiv real sein können. Wir sind sonach in der Lage, der Auffassung des Descartes zuzustimmen (vgl. S. 57), daß die räumliche Ausdehnung eine reale Eigenschaft eines Realen, nämlich der Materie, sei.

Die Frage, wie etwas Objektives, Reales, nämlich die physikalischen Vorgänge, in einem subjektiven Ordnungsschema, dem Raume, sein könne, hätten wir damit im Sinne des Realismus beantwortet. Diese Antwort ist ebensowenig wie die idealistische von Kant zu beweisen, aber offenbar auch nicht zu widerlegen,

sie hat den Vorteil, an den Realismus des gemeinen Mannes Anschluß zu besitzen.

Den *Kantschen* Idealismus, daß der Raum nur empirisch, *nicht* auch transzendental real sei, haben wir also nicht nötig zuzugestehen, wir gestehen allenfalls die logische Zulässigkeit dieser Ansicht ein. Statt dessen stellen wir uns auf den Standpunkt eines zwar nicht naiven, aber geläuterten Realismus, den wir für unwiderlegbar und zweckmäßig erachten. Der physikalische Raum ist uns wirklich, real, *nicht* nur ein *unwirkliches* Ordnungsschema; räumliche Eigenschaften sind hiernach als reale Eigenschaften desjenigen Realen angenommen, das wir die physikalische Wirklichkeit nennen.

Gehen wir nun näher auf die Eigenschaften des physikalischen Raumes ein. Dieser unterscheidet sich von physiologischen Räumen dadurch, daß er einmal weit größer ist wie diese, und daß er ferner viel dichter mit Gegenständen erfüllbar ist. Der physikalische Raum ist also, wenn wir ihn vorstellen oder denken wollen, ein extrapolierter und interpolierter physiologischer Raum; er ist als Ganzes genommen *unanschaulich*, und wir finden uns oft nur begrifflich-logisch in ihm zurecht. Um dies zu verdeutlichen, sei beispielsweise angeführt, daß niemand imstande ist, mit dem Begriff des Radius der Neptunsbahn von $4{,}5 \times 10^9$ km, oder mit dem Begriff der Größe eines Atomdurchmessers von 10^{-8} cm eine anschauliche Vorstellung zu verbinden; alles, was wir darüber anschaulich denken können, beschränkt sich darauf, daß wir es mit Gedankendingen zu tun haben, welche die geometrischen Eigenschaften einer Strecke in einem physiologischen Raum haben, die jedoch das eine Mal über alles Anschauungsmaß groß, das andere Mal über alles Anschauungsmaß klein ist. Nur die *Erfahrung* kann uns lehren, wieweit wir beim physikalischen Raum mit der Extra- und Interpolation der physiologischen Räume gehen dürfen.

Die geometrischen Eigenschaften und die Axiome des physikalischen Raumes können ebenfalls nur durch Erfahrung bestimmt sein. Um dies zu erläutern, denke man sich etwa folgen-

den Versuch angestellt: wir verfertigen uns drei gleiche, feste Holzlatten, die wir so gerade wie möglich machen, d.h. die wir so abhobeln, daß beim Aneinanderlegen in beliebigen Stellungen und Kombinationen der drei Latten stets Kante an Kante zu liegen kommt. Aus diesen drei Latten stellen wir ein Dreieck zusammen und messen dann die drei Winkel, etwa an den inneren Kanten. Die genau und richtig ausgeführte Messung möge, so wollen wir annehmen, das Ergebnis haben, daß die Summe der drei Winkel = 150° beträgt. Ein solches Resultat ist, wie wir aus der neueren Geometrie wissen, nicht unmöglich, vielmehr logisch denkbar. Wir würden auf diese Weise etwa feststellen, daß der Raum, in dem sich die drei Latten befinden, d. h. der physikalische Raum, ein nichteuklidischer nach Bolyai-Lobatschewski ist, und daß das Krümmungsmaß dieses Raumes einen bestimmten, endlichen Wert hat. Natürlich werden wir bei tatsächlicher Ausführung des Versuchs ein ganz anderes Resultat erhalten, nämlich innerhalb der Beobachtungsfehler statt 150° die Zahl 180° ($= \pi$), und wir schließen daraus, daß unser physikalischer Raum (innerhalb der Meßgenauigkeit) ein euklidischer ist. Über unsere jeweilige Meßgenauigkeit hinaus können wir aber die geometrischen Eigenschaften des physikalischen Raumes nicht verbürgen, und wenn z. B. der physikalische Raum doch ein nichteuklidischer wäre, also etwa die Winkelsumme in obigem Dreieck um den Betrag 10^{-100} von π abwiche, so könnten wir dies mit der heutigen Beobachtungstechnik nicht wahrnehmen. Hiernach dürfte klar sein, daß nur die Erfahrung uns den Zahlenwert π für die Winkelsumme im Dreieck geben kann, daß nur die Erfahrung uns wissen läßt, daß der physikalische Raum (innerhalb der Genauigkeit der Messungen) die Eigenschaften des euklidischen Raumes hat. Wir stimmen hiernach mit der Auffassung von Gauß überein, der sich als erster damit beschäftigte, die mathematischen Eigenschaften des physikalischen Raumes experimentell zu untersuchen. Wenn Poincaré meint, daß dieses Bemühen „keinen vernünftigen Sinn" habe, so ist dies nach unserer Darlegung ein

Irrtum, Poincaré bekämpft Gauß und Helmholtz wegen ihres „Empirismus" in der „Geometrie" zu Unrecht; die Behauptung Poincarés[1]: keine Erfahrung wird jemals mit dem Euklidischen Postulate in Widerspruch stehen und andererseits: „keine Erfahrung wird jemals in Widerspruch mit dem Lobatschewskischen Postulate stehen" geht augenscheinlich über das Verbürgte hinaus; sie ist vielleicht aus der Gewohnheit des Mathematikers zu erklären, mit abstrakten Begriffen nach Willkür zu schalten. Hätte Poincaré recht, so müßte es z. B. möglich sein, die an sich denkbare Voraussetzung, daß die Winkelsumme im obigen Dreieck 150° beträgt, physikalisch durchzuführen. — Übrigens ist die Annahme, daß der physikalische Raum nicht euklidisch ist und ein endliches, wenn auch sehr großes Krümmungsmaß besitzt, diskutabel, z. B. auf Grund von Erwägungen über die Endlichkeit der Masse des Weltalls oder über den Verbleib des Wärmestrahlungsverlustes der Weltkörper. In neueren Relativitätstheorien (Einstein, Weyl) wird der physikalische Raum nichteuklidisch angenommen; er ist nicht unendlich, sondern von endlicher Ausdehnung, die Einheit der Strecke ist nicht relativ, sondern absolut usw. Die Meinungen über den Wert dieser Konstruktionen für die Physik sind sehr geteilte. Der Phantasie ist hier ein weiter Spielraum gelassen. Wenn verschiedene geometrische Raumgesetzlichkeiten logisch denkbar sind, so ist es auch logisch denkbar, daß zu verschiedenen Zeiten verschiedene Raumgesetzlichkeiten im Raume der Physik gültig gefunden werden, z. B. heute eine euklidische, morgen eine sphärische, und übermorgen wieder eine euklidische Geometrie. Die „Relativität" läßt sich also weit ausspinnen, nur muß man die für die Wirklichkeit behaupteten, aber nicht festgestellten Effekte so klein annehmen, daß sie dicht an der Schwelle oder besser noch unterhalb der Schwelle des Beobachteten liegen; in diesem Falle sind sie experimentell nicht widerlegt, also möglicherweise richtig, möglicherweise aber auch nicht.

Die hier dargelegte Auffassung des Raumproblems entspricht

[1] Poincaré, Wissenschaft und Hypothese, S. 77, Teubner, Leipzig.

der früher in § 5—7 geäußerten Ansicht, wonach die Bezugnahme auf jedes Wahrnehmbare eine Unschärfe mit sich bringt. Die nur näherungsweise Gültigkeit jedes auf etwas Reales Bezug nehmenden Begriffs ist eine aus der Natur des Wahrnehmungsaktes entspringende Eigentümlichkeit, und diese finden wir hier beim Raume der Physik wieder. So ist auch der physikalische Raum nur ein näherungsweise bekannter und zu erforschender. Dieser physikalische, empirische Raum ist wohl zu trennen von den verschiedenen, ebenfalls empirischen physiologischen Räumen und von dem aus diesen abstrahierten allgemeinen Raumbegriff, der sich in die vielen mathematisch konstruierbaren Räume spaltet. Die Meinungen der verschiedenen Denker scheinen sich weniger einander zu widersprechen, als aneinander vorbeizugehen, indem das Wort Raum das eine Mal diese, das andere Mal jene Bedeutung besitzt; so denken z. B. in ihren auf S. 57 zitierten Äußerungen Gauß und Helmholtz offenbar an den physikalischen Raum, Kant denkt an den allgemeinen Raumbegriff, der Mathematiker Poincaré an die ihm naheliegenden, logisch möglichen mathematischen Räume und ihre Geometrien.

Führt man irgendwelche Strecken x, y, z ein und bedeuten diese Buchstaben nicht nur eine Benennung, sondern auch eine quantitative Größe, sind also $x, y, z \ldots$ Maßzahlen von Strecken, so steckt in einer solchen Einführung einmal die Voraussetzung einer Längeneinheit (oder mehrerer Längeneinheiten, jede in Richtung einer Koordinatenachse) und x, y, z sind andererseits Zahlen, die angeben, wieviel Längeneinheiten sich längs einer Strecke x, y, z abzählen lassen. Das gilt, mag der Raum euklidisch, sphärisch oder hyperbolisch sein. Alle bisherigen Erfahrungen deuten nun darauf hin, daß das Abzählen der Längeneinheit an irgendwelchen physikalischen Längen unabhängig ist von irgendwelchen Vorgängen, auch unabhängig von der Ruhe oder Bewegung relativ zu irgendwelchen Naturkörpern; eine solche Abhängigkeit voraussetzen, wie dies die Relativitätstheorien tun, heißt die Beschreibung der Natur erheblich komplizieren.

An und für sich liegt kein Zwang vor, zwecks Beschreibung und

Vergleichung von Längen eine (praktische oder ideelle) Messung der Länge, d. h. ein Abzählen der Längen an einer Längeneinheit, vorzunehmen.[1] Dieses Verfahren des Messens ist nur außerordentlich bequem und praktisch, wie dies stets der Ersatz einer Größenskala durch eine Zahlenreihe ist. Ich könnte zur Charakterisierung der Strecken auch etwa nach dem Muster folgender Streckenskala verfahren, durch die jede beliebige Strecke mehr oder weniger genau in bestimmte Grenzen eingeschlossen und charakterisiert würde: Dicke eines Haares, Dicke eines Stecknadelknopfes, Länge eines Roggenkorns, eines Maikäfers, eines Fußes, eines Unterarms (Elle) usw. Eine solche Streckenskala wäre eine Parallele zu der noch heute üblichen Härteskala oder zu der früher üblichen Temperaturskala, die durch Schmelz- und Siedepunkte einer Reihe von Körpern (Schmelzpunkt von Quecksilber, Eis, Öl, Butter usw.) festgelegt war. Es ist nützlich, sich klar zu machen, daß der Ersatz einer solchen primitiven Skala durch eine Ziffernskala nur für das Denken vorteilhaft ist, ohne daß dadurch eine tiefere Einsicht in das Wesen der Sache gewonnen würde. Denn die Ziffernskala tut nichts weiter, als daß sie die verschiedenen Größen mit einer Erkennungsmarke, einer Nummer, versieht, die auf ganz bestimmte Weise gewonnen wird; aber wir sind außerstande, mehr auszusagen, und können z. B. die Gleichheit zweier an verschiedenen Orten befindlicher Stangen nur in dem Sinne behaupten, daß beim Transport der einen Stange zur anderen (oder beim Transport eines Maßstabes von einer Stange zur anderen) Gleichheit der Stangen beobachtet wird. Die „überall gleiche Beschaffenheit des Raumes" ist uns nur dadurch gegeben, daß die Größenbezeichnungen beliebiger Naturkörper untereinander vom Orte unabhängig sind. Wir können nur ideell einen einzelnen Körper an verschiedenen Stellen des Raumes seine Größe unverändert beibehalten lassen und konstruieren uns durch eine solche ideelle Voraussetzung einen euklidischen, überall homogenen Raum, den Newtonschen

[1] In einer neueren Theorie von Weyl wird das Messen im Raum durch Anlegen einer Maßstange verworfen; vgl. Annalen der Physik. Bd. 59. S. 101, 1919.

„absoluten, wahren und mathematischen Raum", der mit Kants Raumbegriff zusammenfällt:

Eine charakteristische Eigenschaft des physikalischen Raumes ist die, daß er drei (und nur drei) Dimensionen hat. Wir erblicken hierin eine Erfahrungstatsache; daß die physiologischen Räume ebenfalls drei Dimensionen haben, ist eine Sache für sich, wie man schon daran erkennt, daß z. B. die drei Dimensionen des physiologischen, optischen Raumes nicht untereinander gleiche Eigenschaften haben. Die Erfahrung beschränkt also, wie so oft, die denkbaren Möglichkeiten in bestimmter, eindeutiger Weise. Logisch denkbar sind mehr als drei Dimensionen des Raumes, aber die Wahrscheinlichkeit, daß der physikalische Raum, in dem sich die physikalischen Vorgänge abspielen, in dem sich z. B. die wägbaren Massen bewegen, mehr als drei Dimensionen hat, ist offenbar gering. Denn wenn dies der Fall sein sollte, wenn etwa eine vierte Dimension des physikalischen Raumes uns nur wegen der Unvollkommenheit unserer Auffassung und unserer Organe verschlossen bliebe, so sollte doch zuweilen der Fall eintreten, daß ein in Bewegung befindlicher Naturkörper aus unserem dreidimensionalen Raum in die vierte Dimension steigt und so für uns verschwindet, oder daß plötzlich eine vorher nicht vorhandene Masse in unserem Raum auftaucht. Ja, das Ereignis des Entschwindens eines Naturkörpers sollte die Regel sein, und wir sollten es viel häufiger erleben, wie wir von einem Zaun umgebene Vögel durch die Lüfte entweichen sehen. Erfahrungsgemäß tritt aber das Entschwinden eines Naturkörpers aus unserem dreidimensionalen Raum nie ein (sofern wir von den gegenteiligen Behauptungen der Spiritisten absehen) und so scheint die Aussicht gering zu sein, daß eines Tages mehr als drei Dimensionen am Raume der Physik aufgefunden werden.

Die Messungen im physikalischen Raume geschehen durch Längenmessungen; es wird durch Anlegen einer willkürlich gewählten Maßeinheit (z. B. Meterstab) an die zu messende Länge die Anzahl dieser Anlegungsoperationen gezählt. Hierbei ist stillschweigend vorausgesetzt:

1. daß der zur Maßeinheit gewählte Naturkörper durch seine Lage im Raum, durch die Operation des Anlegens beim Messen, also durch Transport und Bewegung relativ zu dem zu messenden Körper, keine Änderung seiner Länge erfährt,

2. daß der zur Maßeinheit gewählte Körper im Laufe der Zeit seine Länge nicht ändert,

3. daß das gleiche für alle zu messenden Körper der Fall ist.

Diese Annahmen sind die einfachsten, die sich machen lassen, und zunächst in keinem Widerspruch mit der Erfahrung. Ihre strenge Richtigkeit ist aber nicht bewiesen: wenn z. B. alle Naturkörper in zeitlichen Perioden Schwankungen ihrer räumlichen Abmessungen erfahren würden oder wenn etwa in einer bestimmten Richtung im Raume alle Körper sich strecken würden, so entzögen sich diese Ereignisse unserer Messung mit dem Maßstab und wir würden genau die gleichen Messungsresultate bekommen, wie wenn solche Schwankungen und Streckungen nicht vorhanden wären. So hat schon Helmholtz bemerkt, daß im Spiegelbild einer Gartenkugel alle Gegenstände verzerrt erscheinen, wenn man aber Längenmessungen im Spiegelbild durch einen Maßstab vornimmt, der gleichfalls verzerrt ist (also wie ein in der Gartenkugel gespiegelter Maßstab), so findet man die gleichen, zahlenmäßigen Messungsergebnisse wie an den wirklichen Gegenständen mit unverzerrtem Maßstab. Dies läßt sich so ausdrücken, daß die Maßzahl l der Länge gleich einer beliebigen Funktion f (λ) einer anderen Maßzahl λ von einer anderen Einheit gesetzt werden kann, wobei noch λ wieder eine Funktion der Zeit sein könnte, ohne daß die Verhältniszahl zwischen den verschiedenen zu messenden Längen eine Änderung erlitte. Das Messen im physikalischen Raum ist, kurz ausgedrückt, relativ (vgl. jedoch S. 14, § 3).

Andererseits ist zu bedenken, daß die obigen Voraussetzungen 1 bis 3 ihrerseits eine Voraussetzung haben, und zwar, wie es scheint, eine unklare und undefinierbare Voraussetzung, nämlich die, daß die Maßeinheit überhaupt eine bestimmte „Größe im Raum" hat, daß also die Maßeinheit vergleichbar und meßbar

sei. Diese Idee erscheint widerspruchsvoll: wenn wir alle Messungen relativ zu einer willkürlich herausgegriffenen Länge machen, d. h. wenn wir alle Naturkörper an dieser einen Einheitslänge abzählen, so hat es praktisch gar keinen und ideell keinen klaren Sinn, die Einheitslänge selbst als eine „feste“, d. h. als eine räumlich oder zeitlich unveränderliche, oder meßbare anzusehen. Offenbar ist die Unveränderlichkeit der Maßeinheit anders aufzufassen: sie soll zum Ausdruck bringen, daß die Maßeinheit, mögen wir sie behandeln wie wir wollen, beim Anlegen an einen bestimmten Naturkörper immer wieder auf die gleichen Maßzahlen führt. Es ist eine besondere, schwierige Aufgabe der Metrologie, dafür zu sorgen, daß dieses Ergebnis auch technisch mit genügender Annäherung erreicht wird.

Von besonderer Bedeutung ist der Umstand, daß die Wahl der Einheit willkürlich ist, wie die Erfahrung zeigt. Hätte der physikalische Raum nichteuklidische Eigenschaften, so wäre dies anders, dann wäre die Längeneinheit absolut. Im euklidischen Raume jedoch können wir nach Belieben mm, cm oder km usw. als Maßeinheit wählen, und wir haben nur die relativen Verhältniszahlen dieser Einheiten untereinander zu berücksichtigen, um uns quantitativ im Raume zurecht zu finden.

Es wurde bereits in § 3 erörtert, daß die physikalischen Eigenschaften der Körper sich ändern, wenn wir nur ihre räumlichen Abmessungen verändern. Während also der logische Raumbegriff der euklidischen Geometrie einen relativen Raum darstellt, ist der physikalische Raum absolut. Niemand vermag deshalb auch zu behaupten, daß der physikalische Raum etwa unendlich ausgedehnt sein müsse, nur die Erfahrung kann hierüber entscheiden.

§ 14. Die Zeit.

Raum und Zeit werden meist zusammen behandelt, und schon Kant erörterte sie gemeinsam. In der Tat sind die Eigenschaften beider in mehrfacher Beziehung dieselben: jedes wird als Kontinuum aufgefaßt, beide sind unbegrenzt, beide sind in ihren Teilen meßbar, beide werden als primäre von den sekundären

Qualitäten abgesondert. Aber wir haben auch charakteristische Unterschiede: der Raum ist mehrdimensional, die Zeit hat nur eine Dimension; während der Raum nur gewisse unserer Erlebnisse, nämlich die sogenannte Außenwelt umspannt, fügen sich alle unsere Erlebnisse, Außen- und Innenwelt (z. B. die Erscheinungen des Vorstellens, Wollens usw.) in die Zeit ein; im Raume herrscht Freiheit insofern, als es innerhalb weiter Grenzen meiner Willkür überlassen ist, in welchen Raumteilen ich den Naturablauf erleben will — ganz im Gegensatz zur Zeit, wo völlige Gebundenheit an die ganz bestimmte Spanne aus der großen Skala des Zeitgeschehens, in der das einzelne Leben abläuft, vorliegt. Endlich sei erwähnt, daß auf einer Linie im Raume beide Richtungen einander gleichwertig sind, die beiden Zeitrichtungen aber sind nicht einander gleichwertig, was man z. B. daran erkennt, daß ein umgekehrt ablaufender kinematographischer Film als wesentlich anderes Erlebnis empfunden wird als der in natürlicher Folge ablaufende Film; auch wird ein von hinten nach vorn gespieltes Musikstück durchaus nicht als „Spiegelbild" des richtig gespielten Musikstücks empfunden, sondern als etwas ganz neues. Man kann diese Eigentümlichkeit kurz auch so charakterisieren: der Raumpunkt ist ein Skalar, der Zeitpunkt ein Vektor (vgl. S. 101). Alles dies macht deutlich, daß niemals eine Äquivalenz von Raum und Zeit zugegeben werden kann.

Vergegenwärtigen wir uns zunächst einige Äußerungen bedeutender Denker über die Zeit. Nach Aristoteles[1] soll die Zeit (wie der Raum vgl. § 13) eine Abstraktion von den Dingen, und zwar den Sinnendingen sein. Dementsprechend äußerte sich Newton dahin, daß die Zeit „für gewöhnlich" als in bezug auf die Sinne aufgefaßt werde, Newton selbst stellte aber die Fundamentalsätze auf[2]: „Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig

[1] Vgl. z. B. Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaft, Teubner, Leipzig 1910, S. 267.

[2] Vgl. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt, Brockhaus, Leipzig.

und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen Dauer belegt. Die relative, scheinbare und gewöhnliche Zeit ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der Dauer, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren Zeit bedient, wie Stunde, Monat, Jahr". Wir haben also bei Newton, parallel zu seiner Raumauffassung, eine Trennung in eine mathematische und in eine physiologisch-physikalische Zeit. — Kant lehrt, daß die Zeit kein leeres, unendliches, absolutes, für sich bestehendes Unding sei, sondern nichts anderes als eine Art der „Setzung seiner Vorstellungen", eine bloße „Verhältnisvorstellung", durch die doch nicht eine Sache an sich erkannt wird; Zeit ist eine „Weise, wie das Mannigfaltige der Erscheinungen in gewissen Verhältnissen geordnet werden kann"; „die objektive Zeitfolge des Geschehens ist eine Konstruktion der Erkenntnis, beruhend auf der Herstellung eines ursächlichen Zusammenhanges des Geschehens."

Mach[1] meint, daß die „absolute Zeit", unabhängig von jeder Veränderung, ein müßiger metaphysischer Begriff sei. Dagegen[2] „empfinden wir unmittelbar die Zeit oder die Zeitlage"; „ohne Zeitempfindung gäbe es keine Chronometrie."

Poincaré[3] sagt einfach: „es gibt keine absolute Zeit". Lindemann[4] dagegen meint, daß man „erfahrungsgemäß von einer absoluten Zeit sprechen könne". Nach Natorp[5] ist die Zeit eine Bedingung möglicher Erfahrung und steht, „wie auf Messerschneide, auf der Grenze zwischen Mathematik und Empirie".

Wie beim Raume ist dieses Gewirr von scheinbar einander widersprechenden Aussprüchen zum Teil dadurch lösbar, daß die verschiedenen Autoren mit demselben Worte „Zeit" die verschiedensten Sinne verbinden. Zum Verständnis ist es zweck-

---

[1] Mach, z. B. in Die Mechanik, Leipzig 1897, S. 218.
[2] Mach, Erkenntnis und Irrtum, Leipzig 1905, S. 415.
[3] Poincaré, Wissenschaft und Hypothese, Leipzig 1914, S. 92.
[4] Lindemann, vgl. Poincaré, S. 298.
[5] Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, Leipzig 1910, S. 280.

dienlich, die verschiedenen Denkrichtungen und Berufe der Denker zu beachten: es äußern sich hier Philosophen, Mathematiker und Physiker. Diese drei Richtungen müssen auf das Problem abfärben.

Was zunächst den Ausdruck von Mach anlangt, daß Zeit und Raum „Empfindungen" seien, die Mach gelegentlich in einem Atem mit Wärmeempfindung und Schallempfindung nennt, so ist zu bedenken, daß sich Zeit und Raum von den Empfindungen (sekundären Qualitäten) dadurch wesentlich unterscheiden, daß sie keine Intensität haben: Jeder Farbeneindruck, jeder Ton, usw. besitzt eine Intensität und kann in seiner Stärke so weit gesteigert werden, daß er weh tut, Raum und Zeit dagegen sind keiner Steigerung fähig, sie sind immer neutral, tun nie weh. Wohl aber ist die Zeit (wie der Raum) als Eigenschaft irgendwelches Wahrnehmungsinhalts oder Empfindungsinhalts mit gegeben, und ebenso wie wir nicht imstande sind, die Eigenschaft der räumlichen Ausdehnung z. B. an den Buchstaben, die wir lesen, von der Qualität der schwarzen Farbe (vgl. § 13 S. 57) zu trennen, so nehmen wir auch in dem Sinneseindruck der Buchstaben ihre zeitliche Dauer direkt und unablösbar wahr. Im Einklang mit Mach können wir sonach, wie beim Raum, von dem Empfindungsinhalt ausgehen und „physiologische Zeiten" als charakteristische Eigenschaften verschiedener Sinneswahrnehmungen und deren Erinnerungen, der Vorstellungen, feststellen: wir hätten dann zu unterscheiden zwischen der physiologischen Zeit in einer akustischen Wahrnehmung, also kurz der „akustischen Zeit", ferner zwischen einer physiologischen Zeit optischer Wahrnehmungen, kurz der „optischen Zeit" usw. Alle diese würden also Gegenstücke zu den verschiedenen physiologischen Räumen (vgl. S. 58) bilden; doch erscheint es schwierig, auf Unterschiede in den verschiedenen physiologischen Zeiten hinzuweisen, wie das bei den physiologischen Räumen möglich ist; vielleicht gelingt es aber noch, die Unterschiede herauszuarbeiten. Die physiologischen Zeiten sind offenbar viel blassere Gegenstände als die physiologischen Räume, und die geringe Zahl der

Merkmale vereinfacht, aber erschwert auch in anderer Hinsicht die Erörterung des Zeitproblems. Die verschiedenen physiologischen Zeiten können wir also, da Unterschiede fehlen, als physiologische Zeit schlechthin, oder als Zeitanschauung zusammenfassen, und wir folgen so Aristoteles, der die Zeit als Abstraktion von den Sinnendingen erklärte.

Die physiologische Zeit, die wir aus einer Wahrnehmungskette, aus einer Vorstellung oder aus Erinnerungen an Wahrgenommenes entnehmen und welche Kant als „innere Anschauungsform" bezeichnete, hat einen Anfang und ein Ende und eine gewisse Dauer (vgl. auch § 10). Eine Wahrnehmung oder Erinnerung, bei der Anfang und Ende zusammenfielen, kann nicht aufgezeigt werden. Wie im Raume der Geometrie das Element der Vorstellung nicht ein Punkt, sondern ein kleiner Raum ist, so ist auch in der Zeitvorstellung das Element nicht der Zeitpunkt, sondern eine kurze Zeitstrecke. Der Zeitpunkt ist eine weder wahrnehmbare, noch vorstellbare, rein logische Setzung, eine aufs äußerste getriebene Interpolation des anschaulichen Zeitflusses.

Wir gelangen von der physiologischen, anschaulichen Zeit zu einem durch Interpolation und Extrapolation derselben erweiterten Begriff einer Zeit. Dieser Zeitbegriff ist nicht mehr anschaulich, er ist bis zur denkbaren Grenze, bis $-\infty$ und $+\infty$ ausgedehnt, und ein bis ins unendlich Kleine (als Kontinuum) konstruiertes Schema. Ebenso wie wir (S. 58ff.) beim Raume von endlichen physiologischen Räumen durch logische Erweiterung zum Begriff des unendlichen Raumes gelangten, so schreiten wir also von der physiologischen Zeit, die wir aus einzelnen Empfindungs- und Vorstellungsinhalten entnehmen, zur Konstruktion einer zeitlichen Kette von geordneten Empfindungs- und Vorstellungsinhalten fort. Dieses Ordnungsschema Zeit ist, im Einklang mit Kant, eine Konstruktion der Erkenntnis, und gerade so wie beim Raum (vgl. S. 59) ist hier klar, daß das ideale Gerüst der Zeit, an welches wir unsere Vorstellungen und Erinnerungsbilder von irgendwelchen Wahrnehmungen heften, unabhängig von der einzelnen Wahrnehmung, also in diesem Sinne a priori, von uns gesetzt wird.

Nun scheinen bei der Zeit, anders als beim Raum, nicht so viele verschiedene Fälle von Möglichkeiten denkbar zu sein, wie, um mit Kant zu reden, das Mannigfaltige der Erscheinungen in gewissen Verhältnissen zeitlich geordnet werden kann. Von der Konstruktion von verschiedenen Zeiten, die analog dem euklidischen Raum und den nicht euklidischen Räumen wären, ist wenigstens bisher wenig die Rede. Das wird von der größeren Einfachheit der Zeit gegenüber dem Raume, der mehrdimensional ist, herrühren.

Wir beantworten die Frage nach der Objektivität der Zeit ebenso wie beim Raume (S. 62): wenn die physikalischen Vorgänge „wirklich" und „für sich" sind, wenn sie, kurz gesagt, „sind", so kann auch das physikalisch Reale zeitartige Eigenschaften haben und in einem Ordnungsschema Zeit enthalten sein: weil die Zeit unseren realen Sinneswahrnehmungen, Erinnerungsbildern und Vorstellungen eigentümlich ist, so kann etwas Zeitartiges wohl außerdem auch in realen physikalischen Vorgängen enthalten sein. Zur Begründung dieser Auffassung mag auf die obigen Darlegungen beim Raume verwiesen werden (S. 60ff.), und es sei nur noch bemerkt, daß diese unsere Annahme, welche die Zeit und den Raum sowohl subjektiv wie objektiv sein läßt, augenscheinlich nicht zu widerlegen ist, auch nicht durch die „kritische" Erkenntnistheorie, für die es von vornherein nur einen Raum und eine Zeit, nicht eine Vorstellung solcher und einen realen Raum und eine reale Zeit, nebeneinander, gibt.[1] Dieser Standpunkt der kritischen Erkenntnistheorie, daß Raum und Zeit nur subjektiv seien, ist offenbar eine Behauptung, die ihrerseits des Beweises harrt; man kann zugeben, daß man beim Übertritt zum kritischen Standpunkt diese Behauptung mit in Kauf nimmt, aber dieser Übertritt selbst ist ein durchaus freiwilliger, zu dem keine Nötigung besteht, und auch der kritische Standpunkt gibt nur die Möglichkeit einer Lösung des Raum- und Zeitproblems, aber er verbürgt nicht die

[1] Vgl. König, Kant und die Naturwissenschaft, Braunschweig 1907, S. 47.

Einzigkeit dieser Lösung. Der Anhänger des kritischen Standpunktes, der die Einzigkeit seiner Lösung behauptet, erscheint nicht minder dogmatisch, als der im Gedankenkreis eines geschmähten Dogmatismus stehende, naive Realist, der Raum und Zeit nur für reale Eigenschaften realer Dinge hält.

Das zeitliche Ordnungsschema werden wir versuchsweise und hypothetisch, mit dem Anspruch näherungsweiser Gültigkeit, auf die reale physikalische Folge der Naturerscheinungen übertragen. Dies entspricht vollkommen unserem früheren Standpunkt (vgl. S. 24ff.), wonach immer nur eine näherungsweise Übertragung eines subjektiven Ideals — und das ist das zeitliche Ordnungsschema — auf eine Wirklichkeit verbürgt ist; das schließt aber andererseits die Übereinstimmung zwischen Ideal und Wirklichkeit bis zu einem gewissen Näherungsgrade nicht aus. Mach[1] hat gelegentlich geäußert, „daß Zeit (und Raum) physiologisch nur ein scheinbares Kontinuum darstellen und höchstwahrscheinlich aus diskontinuierlichen, aber nicht scharf unterscheidbaren Elementen sich zusammensetzen". Diese Ansicht bildet ein Gegenstück zu dem oben zitierten Ausspruch Lindemanns von der „erfahrungsmäßigen" absoluten kontinuierlichen Zeit. Von unserem Standpunkt aus können wir — im Gegensatz zu dem auf S. 61 genannten kritischen Standpunkt — dem Sinn dieser Äußerungen Machs und Lindemanns als berechtigt zustimmen, ohne uns für die Richtigkeit des einen oder anderen zu entscheiden. Wir erachten aber, wie ein Räumliches, so auch ein Zeitliches als eine reale Eigenschaft des Realen.

Eine Eigentümlichkeit des zeitlichen Ordnungsschemas ist es ganz besonders, die es uns nahelegt, ihm eine Bedeutung zuzuschreiben, welche über das bloße „Setzen" unserer Vorstellungsinhalte hinausgeht. Wenn wir unseren Wahrnehmungsinhalt, das Chaos der Erscheinungen, als gegebene Wirklichkeit hinnehmen (vgl. § 2), so ist es doch auffällig und im höchsten Grade bemerkenswert, daß das zeitliche Ordnen dieser Wahrnehmungsinhalte in einer eindeutigen, stetig ineinander übergehenden

[1] Mach, Erkenntnis und Irrtum, S. 439.

Folge von Wahrnehmungsinhalten möglich ist, und daß andererseits kein einzelner Wahrnehmungsinhalt aus unserem zeitlich gesetzten Ordnungsschema herausfällt und nicht unterzubringen ist. Wenn wir, um im Bilde zu reden, unsere einzelnen Wahrnehmungsinhalte als einzelne Bilder eines kinematographischen Films auffassen, so ist es auffällig, daß die Einzelbilder immer in eine stetig ineinander übergehende Reihe anzuordnen sind, die keinerlei Unstetigkeit oder Lücken aufweist, so verschiedenartig auch die ungeheuer zahlreichen Einzelbilder sind. Diese besondere, einfache Eigenschaft der Zeitskala, die Bilder der Wirklichkeit vollständig und lückenlos zu ordnen, ist nicht selbstverständlich oder a priori, sondern wird empirisch von uns festgestellt, und sie wird uns mehr als irgendein anderer Umstand bewegen, den kritischen Standpunkt Kants zu verlassen und zeitliche Folge als dem Wirklichen, auch dem Physikalisch-Wirklichen, selbst eigentümlich zu halten.

Das zeitliche Ordnungsschema ist offenbar gleichbedeutend mit Newtons absoluter, wahrer und mathematischer Zeit; diese hatte auch Kant im Sinne, aber er erkennt ihr nur eine subjektive Bedeutung zu. Poincaré scheint mit seinem oben zitierten Ausdruck sich als Kantianer zu bekennen. Von Newtons absoluter Zeit rückte Mach als von einem „müßigen metaphysischen Begriff" ab; diese positivistische Richtung Machs und seiner Anhänger will die absolute Zeit aus der Physik verbannen, weil sie kein Gegenstand möglicher Wahrnehmung, sondern ein bloßes Gedankending ist; aber es ist zu bedenken, daß Koordinaten, Gleichungen usw. auch bloße Gedankendinge sind, keine Wahrnehmungsgegenstände, und trotzdem in der Physik nützlich. Die Opposition gegen die absolute Zeit hat aber offenbar noch eine zweite Bedeutung, die sich auf die physikalische Zeitmessung bezieht, und diese müssen wir jetzt diskutieren.

Die Zeitmessung ist für die exakten Naturwissenschaften von der fundamentalsten Bedeutung, auf ihr ruht das ganze Gebäude der Physik; in welchem Licht wir also auch diese Zeitmessung ansehen mögen, es besteht ihre Bedeutung und Unentbehr-

lichkeit für die Wissenschaft, mit der wir uns als mit einer Tatsache abzufinden haben. Nun liegt in aller Zeitmessung eine große Schwierigkeit, auch wenn wir von allen Unvollkommenheiten ihrer technischen Ausführung absehen und allein die ideelle Zeitmessung, den Vergleich zweier vorgestellter Zeiten, ins Auge fassen. Beim Raum kann das Messen einer Strecke sehr leicht auf etwas Reales, einen körperlichen Maßstab, zurückgeführt werden, und wir können mit Leichtigkeit das Abtragen des Maßstabes an der zu messenden Länge und die Anzahl dieser Operationen als Längenmessung definieren. Was soll aber bei der Zeit z. B. die gleiche Länge zweier Zeitdauern bedeuten? Wie soll ich zwei Zeitdauern, etwa eine Stunde von gestern und eine Stunde von heute, sei es empirisch, sei es ideell, miteinander vergleichen, wo doch die gestrige Stunde schon längst nicht mehr ist und die heutige Stunde mir beständig zerrinnt?

Wenn wir, wie üblich, einen Bewegungsvorgang, sei dies eine Uhr oder die Rotation der Erde, zu Hilfe nehmen, so geraten wir leicht in einen Zirkel: entweder wir nehmen an, diese Bewegungen seien gleichförmig, d. h. von konstanter Geschwindigkeit, dann setzt die gleichförmige Geschwindigkeit schon ein Zeitmaß voraus; oder aber wir nehmen diesen Vorgang als Grundlage für die Zeitmessung, warum stellen wir dann jedoch unsere Uhren öfter „richtig" und fragen nach der „Konstanz" der Erdrotation?

Man möchte angesichts dieser Zirkel fast empfehlen, das Messen von Zeiten aufzugeben und auf das primitivere Verfahren der Erkennungsmarken zurückzugehen, das wir beim Raume und der Temperatur schon erwähnten (S. 67). Tatsächlich benutzen wir bei der Beschreibung historischer Begebenheiten oft Zeitmarken anstatt der Zeitzahlen, und sprechen von der Zeit des Perikles, der Zeit Alexanders des Großen, der Renaissancezeit usw., ohne immer an die zugehörigen Jahreszahlen vor und nach Christi Geburt zu denken. Aber dieses Verfahren, eine Zeitskala zu bilden, ist trotz seiner Vorzüge nicht ausreichend und die Vorteile der Ziffernskala sind auch bei den Zeiten so groß, daß wir auf sie nicht verzichten können.

So bilden wir uns denn also eine ideelle, mit Ziffern versehene Zeitskala, und setzen zwischen die Ziffern noch beliebig viele Ziffern als Zwischenmarken. Ich realisiere diese Zeitskala etwa dadurch, daß ich möglichst scharf begrenzte Momente irgendeines Vorganges, z. B. des Umlaufs eines Uhrzeigers, oder das Schlagen meines Pulses mit aufeinanderfolgenden Ziffern 1, 2, 3, 4 ... markiere. Als Zwischenzeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Ziffern, also als Einheit der Zeit, möge man etwa die Dauer von zwei meiner aufeinanderfolgenden Pulsschläge festsetzen: gleichgültig also, ob ich in normalem Zustand bin oder Fieber habe, immer ist so durch Definition die Zeiteinheit als die Dauer zwischen zwei Pulsen festgesetzt; wenn ich dann eines Tages sterbe und mein Puls zu schlagen aufhört, so erleben meine Mitmenschen, die meine Zeitskala angenommen haben, zum Schluß nur noch eine einzige, letzte Zeiteinheit, die kein Ende nehmen will. Derartige Konsequenzen ist es vorteilhaft durchzudenken, um sich vor den genannten Zirkeln zu hüten.

Niemand wird behaupten wollen, daß die so gewonnene Zeitskala und Zeiteinheit großen praktischen Wert hätte. Damit eine brauchbare Zeitmessung erzielt wird, ist es nötig, eine *neue, willkürliche* Forderung an die Zeitskala zu stellen: wir fordern, daß die Zeitziffernskala so gewählt wird, daß *gleichartig erscheinende, in augenscheinlich* gleicher Art verlaufende Erlebnisse und Wahrnehmungen von der Zeitskala als *gleich lange* Intervalle gemessen werden. Wenn ich also, um ein möglichst populäres Beispiel zu wählen, mich jeden Morgen mit demselben Gerät rasiere, so braucht dieser Vorgang, der in seinen einzelnen Teilen nahezu immer wieder gleichartig verläuft, jedesmal eine gewisse Anzahl von Zeiteinheiten, und ich *fordere* nun von der Zeitskala, daß sie mir diese Anzahl für jeden dieser Vorgänge als (nahezu) gleich angibt. — Es ist nur die Verfeinerung dieses Gedankenganges, wenn man in der Wissenschaft die Rotation der Erde als Zeitmaß zugrunde legt und den jedesmaligen Durchgang desselben Fixsternes durch den Meridian (unter Anbringung gewisser Korrekturen) als Zeiteinheit (Tag) definiert. Dieser Vor-

gang der Erdrotation hat sich empirisch als ein solcher herausgestellt, welcher die verschiedensten, ja, man kann sagen: alle gleichartigen Prozesse und Wahrnehmungen hinreichend genau als gleich lang mißt. Er liefert daher eine sehr brauchbare Zeiteinheit, und nun macht die technische Messung der Zeiten keine prinzipielle Schwierigkeit mehr.

Es ist klar, daß die so gewonnene Zeitskala, die auf der Gleichartigkeit von Zeitinhalten begründet ist, unter Umständen verbesserungsfähig ist. Sollte sich z. B. herausstellen, daß gewisse augenscheinlich völlig gleichartige Vorgänge, sagen wir etwa die Schwingungsdauer von Lichtarten (Spektrallinien), die Schwingungszahlen von Tönen, Pendelschwingungen und noch mehr Vorgänge alle miteinander im Laufe der Zeit systematische Verkürzungen erfahren, und sollte sich finden, daß diese systematischen Änderungen sämtlich in Fortfall kommen, und die verschiedenen Vorgänge eine gleiche Anzahl von Zeiteinheiten wieder ergeben, sobald ich willkürlich festsetze, daß meine Zeiteinheit, also die Dauer einer Erdrotation, durch eine andere ersetzt wird, indem ich vielleicht den 10^{10}ten Teil einer Rotationsdauer von ihr abziehe, so werde ich in Zukunft nicht mehr den ganzen Tag, sondern den um die angegebene Zeitdauer verminderten Tag als Zeiteinheit festsetzen und damit den Anschluß an die früheren Messungen gewonnen haben. Natürlich wäre eine solche Festsetzung hypothetisch und nur erfahrungsmäßig, nicht a priori, zu prüfen.

Die Messung einer Zeit relativ zur Zeiteinheit schließt also eine willkürliche Forderung in sich, nämlich die Forderung, daß gleichartige Vorgänge eine gleich große Anzahl von Zeiteinheiten ergeben sollen. Ich kann dies auch so ausdrücken, daß ich die Zeitmessung auf eine solche Zeitziffernskala gründe, welche mir möglichst denkökonomische, also möglichst einfache Zahlenresultate liefert.

Dies sei noch an folgendem Beispiel erläutert. Die Bewegung eines fallenden Körpers im Vakuum ist bekanntlich durch die Formel $s = \frac{1}{2}gt^2$ ausgedrückt, wo s die Maßzahl des Fallweges, t

die Maßzahl der Fallzeit, g eine Konstante bedeutet. Hier wird die Zeit, wie üblich, an der Rotationsdauer der Erde gemessen, die als Grundlage für die Definition der Zeit genommen ist, indem man den Winkel φ der Erdrotation willkürlich $\varphi = at$ voraussetzt. Kein prinzipieller Grund hindert uns aber, die Sache umzukehren und die Fallbewegung zur Grundlage der Zeitmessung zu wählen, auf die dann die Rotation der Erde und alle anderen Bewegungen zu beziehen sind. Ich würde so die Fallbewegung durch die Gleichung $s = ct'$ ausgedrückt erhalten, wo t' die neuen Maßzahlen der Zeit, c eine Konstante bedeutet; der Rotationswinkel φ der Erde wird jetzt durch eine Gleichung der Form ausgedrückt: $\varphi = c'\sqrt{t'}$, wo die Konstante $c' = a\sqrt{\frac{2c}{g}}$. Durch diese Festsetzungen ist nichts weiter geändert, als unsere Methode, Zeiten abzuzählen. Die Natur ändert sich dadurch nicht, obschon unsere Formeln, die Naturgesetze, einen mathematisch anderen Ausdruck erhalten. Z. B. die Bewegungsgleichungen der Mechanik $m\frac{d^2x}{dt^2} = X, \ldots$ würden verändert werden und auf der linken Seite heißen: $m\frac{2g}{c}t' \cdot \frac{d^2x}{dt'^2}$. Man sieht hieraus, wie wenig zweckmäßig diese unsere Zeitskala t' ist, die u. a. komplizierte Koeffizienten in den Gleichungen der Mechanik bedingt. Aber diese Unzweckmäßigkeit, die die einfache Form der Naturgesetze stört, ist auch der einzige Vorwurf, den man gegen unsere Zeitskala t' erheben kann; man sieht, wie außerordentlich zweckmäßig und denkökonomisch ihr gegenüber die allgemein gebräuchliche Zeitskala t ist, die außer ihrer Zweckmäßigkeit aber gar nichts vor jeder anderen Zeitskala voraus hat, und von der viele glauben, daß sie die zweckmäßigste aller denkbaren Zeitziffernskalen ist. Dieser Glaube kann für sich geltend machen, daß die gebräuchliche Skala t das Ergebnis einer langen historischen wissenschaftlichen Entwicklung ist.

Man darf nicht meinen, daß man von der willkürlichen Forderung der Bequemlichkeit der Zeitskala dadurch frei wird, daß man sich eine absolute, in sich gleichmäßig verlaufende Zeit



denkt, wie dies Newton getan hat (vgl. oben). Die Newtonsche absolute Zeit hat Mach eingehend kritisiert, aber schon Kant hat, wie Natorp[1] hervorhebt, bemerkt, daß „absolute Zeit" (und „absoluter Raum") „bloße Gedankendinge" seien und „keine Wahrnehmungsgegenstände". Es ist andererseits jedoch zu beachten, daß es Newton und jedermann durchaus freisteht, sich eine absolute Zeit zu denken im Sinne einer mathematisch idealen Zeitskala, die die Eigenschaft hat, die einfachste unter allen denkbaren zu sein, also eine Zeitziffernskala, die die Gesamtheit aller Naturgesetze auf die einfachste Form bringt. Warum soll ich nicht annehmen dürfen, daß eine unter den unendlichen Möglichkeiten von willkürlichen Zeitziffernskalen die Eigenschaft hat, die einfachste Form der Naturgesetze zu ergeben, obwohl ich nicht in der Lage bin, einen Naturvorgang aufzuzeigen, der diesem meinem Ideal genau entspricht. So verstanden, wird man Newtons „absolute, wahre und mathematische Zeit", die „ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand" verfließt, mit Verständnis gelten lassen; diese Idee Newtons ist zwar eine schwer verständliche in ihrer kurzen Formulierung, aber augenscheinlich widerspruchslos und einwandfrei, Newtons mathematische Zeit dürfte durch denselben logischen Prozeß des Idealisierens entstanden sein, wie das Ideal des Punktes aus dem eines kleinen Körpers (vgl. S. 58ff.), und man darf nicht übersehen, daß mit der „absoluten, wahren und mathematischen Zeit" der Mathematiker Newton zu uns spricht, und nicht der Physiker, der die „relative, scheinbare und gewöhnliche" Zeit definiert, und diese letztere ausdrücklich von der ersteren trennt.

Ebenso wie wir zur Konstruktion der physikalischen Erscheinungen uns Raumkoordinaten x, y, z konstruieren, so konstruieren wir uns eine Zeitkoordinate t. Ebenso wie wir auf den Koordinatenachsen Maßzahlen x, y, z so anbringen, daß sie in möglichst einfacher Weise uns die Naturerscheinungen beschreiben (durch die Festsetzung, daß bei Bewegung des Meterstabes längs einer körperlich gedachten Achse die Zahlen x an den Stellen stehen, wo

[1] Natorp, Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaft, S. 328ff.



die jeweiligen Enden des Maßstabes bei lückenlosem Anlegen liegen), so bringen wir uns Maßzahlen t auf der Zeitachse so an, daß eine mathematische Beschreibung der Naturerscheinungen auf eine möglichst einfache Weise durch die Festsetzung erfolgt: die Anzahl der Erdrotationen (Tage) soll den zeitlichen Ort und Abstand der Zeitziffern auf der Zeitachse bestimmen. In beiden Fällen wird also ein Vorgang in der Natur (Entlangführen des Meterstabes resp. Bewegung des Erdkörpers) zur Definition der Maßeinheit und ihrer Anwendung zugrunde gelegt. Ohne die Zugrundelegung eines wirklichen Naturvorganges ist ein Messen im Raume und in der Zeit der Natur nicht möglich; ohne die Festsetzung eines idealen Vorganges oder einer idealen Meßvorschrift ist keine Definition der Maßeinheiten im idealen Raume und in der idealen Zeit denkbar. Ebenso wie es frei steht, die Maßzahlen x, y, z der Raumkoordinaten durch eine beliebige Transformation $x = \varphi(\xi)$, $y = \chi(\eta)$, $z = \psi(\zeta)$ durch andere Maßzahlen ξ, η, ζ zu ersetzen (vgl. S. 69), so können die Maßzahlen t der Zeit durch eine Transformation $t = f(t')$ durch Maßzahlen t' ersetzt werden, und es ist also auch im ideellen Raume der Geometrie und in der ideellen Zeit der Phoronomie alles Messen relativ.

Nun lehrt jedoch die Erfahrung, daß im wirklichen, physikalischen Raume die absoluten räumlichen Abmessungen der Erscheinungen von Einfluß sind auf den Ablauf derselben in der Natur (§ 3 und § 13); ebenso lehrt auch die Erfahrung, daß in der wirklichen Zeit die absoluten, zeitlichen Abmessungen der Erscheinungen von Einfluß sind auf den Ablauf der Natur: wenn ich z. B. ein Streichholz auf einer Reibfläche reibe, so entzündet es sich, wenn ich aber denselben Vorgang zeitlich verlangsamt ausführe, also das Streichholz auf der Reibfläche sonst genau ebenso, nur langsamer entlang führe, so erreiche ich keine Entzündung. Wie unsere Natur, ohne sich völlig zu ändern, keine geometrische, räumliche Vergrößerung oder Verkleinerung verträgt, so verträgt sie auch keine zeitliche Streckung. Das zeitliche Geschehen in der Natur erscheint mithin, wie das räumliche, als ein absolutes, und so wenig die Freiheit der Wahl der Längen-

einheit im physikalischen Raum imstande ist, der Natur eine Relativität ihres Raumes aufzuzwingen, so wenig ist die Freiheit der Wahl der Zeiteinheit imstande, der physikalischen Zeit des Naturgeschehens eine Relativität aufzuzwingen. Der Relativität des euklidischen Raumes unserer Raumanschauung und der Relativität der Zeit unserer Zeitanschauung steht also die Tatsache gegenüber, daß das Naturgeschehen in räumlicher und zeitlicher Hinsicht ein absolutes ist, oder: daß der physikalische Raum und die physikalische Zeit nicht relativ, sondern absolut sind.

Es möge hier noch ein Wort über die Rolle, welche die Zeit in den Relativitätstheorien spielt, gesagt sein. Hier werden die Zeitangaben auf zwei relativ zueinander bewegten Systemen verschieden angenommen. Diese Voraussetzung ist zunächst nichts anderes, als daß verschiedene Zeitziffernskalen angenommen werden, deren jede durch einen Bewegungszustand bestimmt ist; es wäre also, in bildlicher Übertragung auf die Temperatur, etwa so, als ob auf zwei relativ zueinander bewegten Systemen nach verschiedenen Temperaturskalen gemessen würde, auf dem einen z. B. nach Celsiusgraden, auf dem anderen nach Réaumur. Nun kommt aber etwas Wesentliches hinzu, und hierdurch stürzt die ganze Relativitätstheorie in das Chaos: es werden die Messungen auf beiden Systemen „relativiert“, d. h. die Messungen erscheinen, vom einen System aus beurteilt, in einer anderen Skala als vom anderen System aus beurteilt und es gilt für das andere System vice versa das gleiche. Damit wird entweder ein logischer Widerspruch in Kauf genommen oder zugleich mit einer allgemeinen Zeitskala auch eine einzige Wirklichkeit aufgegeben; es löst sich im letzteren Falle die Natur in unendlich viele Naturen auf, wie es unendlich viele Systeme gibt, von denen aus die Natur beurteilt werden kann. Dieser erkenntnistheoretische Standpunkt des physikalischen Solipsismus muß eingenommen werden, wenn man die logischen Widersprüche vermeiden will.[1]

[1] Vgl. E. Gehrcke, Kantstudien 19, S. 481, 1914. In letzter Zeit hat die Stellungnahme auch gegen die erkenntnistheoretische Seite der Relativitätstheorie erheblich an Umfang zugenommen; vgl. Ripke-Kühn: Kant contra Einstein, Verlag



§ 15. Bewegung und Geschwindigkeit.

Die Zusammengehörigkeit[1] von Zeit und Raum im Naturgeschehen ist in eindringlicher und klarer Weise durch Palágyi[2] behandelt worden: es gibt keine Empfindungen oder äußere Wahrnehmungen oder physikalische Vorgänge, die allein im Raume oder allein in der Zeit vor sich gehen. Wir können Raum und Zeit verstandesmäßig voneinander trennen, wie wir begrifflich die Farbe und die räumliche Form eines Buchstabens voneinander trennen konnten (S. 57ff.), aber wir können Raum und Zeit nicht aus ihrer lebendigen gegenseitigen Verknüpfung im Naturgeschehen lösen. Palágyi gelangt zu den Sätzen: 1. Die Mannigfaltigkeit aller Raumpunkte schließt sich in dem Zeitpunkte zu einer einheitlichen Totalität zusammen, kurz: der Zeitpunkt ist der Weltraum. 2. Die Mannigfaltigkeit aller Zeitpunkte schließt sich in dem Raumpunkt zu einer einheitlichen Totalität zusammen, kurz: der Raumpunkt ist der Zeitstrom. Diese Aussagen beziehen sich offenbar nicht auf die Begriffe von Raum und Zeit und auch nicht auf irgendwelche einzelnen physiologischen Räume und Zeiten, sondern auf Raum und Zeit der Natur, insbesondere also den physikalischen Raum und die physikalische Zeit.

Wir haben sonach eine zeitliche Kette von räumlichen Welten R_0, R_1, R_2..., die zu den entsprechend zugeordneten Zeiten t_0, t_1, t_2... existieren. Die Zusammengehörigkeit von Zeit und Raum entspringt nicht aus den Begriffen beider, sondern aus dem

---

von Kayser, Erfurt. Ferner Annalen der Philosophie 1921, besonders die Aufsätze von Kraus, Linke, Lipsius. Sehr bemerkenswert ist auch ein nachgelassener Aufsatz des Philosophen Brentano über Raum und Zeit, den O. Kraus in den Kantstudien Bd. 25, 1920, veröffentlicht hat. Siehe auch Geißler, Widerlegung des formalen Relativismus, Verlag von Hillmann, Leipzig, und Gehrcke, Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus 2. Bd. 1921, S. 13.

[1] Diese Zusammengehörigkeit ist nur für das Geschehen der sogenannten äußeren Natur ersichtlich. Rein psychische Akte, wie Wille, Gefühl, lassen sich zwar auf der Zeitskala einreihen, nicht aber im Raume.

[2] Melchior Palágyi, Neue Theorie des Raumes und der Zeit, Engelmann, Leipzig 1901. Neudruck in Vorbereitung.

Inhalt von Raum und Zeit, oder kurz aus der Natur. Die Welten R_0, R_1, $R_2 \ldots$, die wie die Bilder eines kinematographischen Films zeitlich aufeinanderfolgen, haben eine bemerkenswerte, erfahrungsmäßige Eigenschaft, die sie von dem logisch möglichen Aufeinanderfolgen von logisch möglichen R_0', R_1', $R_2' \ldots$ unterscheidet: es besteht (innerhalb der Genauigkeit unserer Wahrnehmung) ein stetiger Übergang zwischen den R_0, R_1, $R_2 \ldots$, sofern die Zeiten t_0, t_1, $t_2 \ldots$ stetig aufeinanderfolgen. Man kann dies kurz so ausdrücken: die räumliche Anordnung der Welt zu irgendeiner Zeit t unterscheidet sich von derjenigen zur Zeit $t + \delta t$ nur um unendlich wenig; betrachten wir also z. B. einen Teil der Welt R_0, etwa einen Mückenschwarm zur Zeit t, so ist dieser Mückenschwarm zu der Zeit $t + \delta t$ noch fast genau in derselben räumlichen Anordnung vorhanden, und es kann jeder Teil des Systems, jede einzelne Mücke, nur einen solchen Platz im Raum einnehmen, der um eine unendlich kleine Strecke δr von ihrem Platz zur Zeit t entfernt ist. Die Stetigkeit oder Kontinuität des raumzeitlichen Geschehens beschränkt die an sich vorliegenden Möglichkeiten der raumzeitlichen Verknüpfung in ganz bestimmter, charakteristischer Weise; Unstetigkeiten im Naturablauf werden dadurch ausgeschlossen. Hierfür hat die Scholastik die kurze Ausdrucksweise: natura non facit saltus.[1] Diese Bestimmtheit des Naturablaufs ist als eine erfahrungsmäßige und näherungsweise verbürgte anzusehen (vgl. S. 48ff.). Man könnte auf den Einfall kommen, daß die Dinge umgekehrt liegen und etwa meinen, daß das Chaos der logischen Möglichkeiten von uns aus willkürlich so geordnet wird, daß beispielsweise die R_0', R_1', R_2', $R_3' \ldots$ nach dem Ordnungsprinzip möglichster Gleichheit oder Ähnlichkeit in eine Reihe gesetzt werden, und daß wir die so entstehende geordnete Reihe die

[1] Wenn man behauptet hat, die Quantentheorie der neueren Physik durchbreche den stetigen Ablauf der Naturvorgänge, so ist dies eine etwas voreilige Annahme; es ist etwa so, als wenn jemand behaupten wollte: weil beim Überlaufen eines Glases Wasser nicht eine beliebig kleine Menge Wasser, sondern mindestens ein Tropfen überläuft, so ist das Wasser unstetig aus einzelnen Tropfen zusammengesetzt.

zeitliche Folge nennen. Diese Auffassung mag hier nicht weiter erörtert werden.

Wir drücken die Stetigkeit des raumzeitlichen Geschehens in der Natur oft durch den Begriff der Bewegung aus. Dieser Begriff geht über unsere Wahrnehmung hinaus, indem er implizite behauptet, daß diejenigen, zu den Zeiten t_0, t_1, t_2... existierenden Teile der Welträume R_0, R_1, R_2..., welche stetig miteinander zusammenhängen, ein und dieselben, über Raum und Zeit sozusagen erhabenen „Dinge" sind. Der Begriff der Bewegung setzt also einen Träger der Bewegung voraus. In dem uns gegebenen stetigen raumzeitlichen Ablauf der Natur wird damit von uns etwas hineingelegt, das als das Eigentliche, Existierende angesehen wird, durch welches Raum und Zeit sozusagen hindurchfließt. Daraus, daß wir den Träger der Bewegung konstruieren, folgt aber nicht, daß er nur konstruiert, also unwirklich ist: er kann konstruiert und real, z. B. zufällig richtig konstruiert sein. Die Hypothese, daß das konstruierte Ding als Träger der Bewegung außerdem real sei, wollen wir hier annehmen und stellen uns also wieder auf den Standpunkt des Realisten, wobei wir uns bewußt bleiben, daß wir dies hypothetisch, ohne die Möglichkeit eines Beweises für die Richtigkeit tun; aber wir erachten andererseits auch die idealistische These, daß das „Ding" nur konstruiert, nicht real sei, lediglich als theoretisch zulässig und als unbewiesen (vgl. §§ 13 und 14).

Der Träger der Bewegung, das Reale, das sich bewegt, braucht kein körperliches Ding, keine Materie zu sein. In der Mechanik zwar kennt man nur bewegte Massen oder Massenpunkte, also Massen von verschwindend geringer räumlicher Ausdehnung; aber in der allgemeinen Physik wird oft auch als Träger einer Bewegung ein (unkörperlicher) Zustand angenommen. Dies ist besonders häufig der Fall bei der Erörterung von Wellenbewegungen: die infolge der Sonnenstrahlen in die Erde eindringende Temperaturwelle, die durch den Weltraum eilende Lichtwelle, die Welle der funkentelegraphischen Sender — alles dies sind Bewegungserscheinungen, deren Träger keine Materie, sondern ein

Zustand (Temperatur, Licht, elektromagnetisches Feld) ist. Der Träger einer Bewegung ist also nicht etwa an Materie gebunden. Dabei ist es eigenartig, daß in der Physik zwei Fälle von Bewegungen erfahrungsmäßig eine besonders wichtige Rolle spielen: 1. Die Bewegungen von Körpern, d. h. von Massen; hier ist der Träger der Bewegung, die Masse, zeitlich konstant, die Geschwindigkeit im allgemeinen variabel. 2. Die Bewegungen von elektromagnetischen, elastischen u. a. Wellen. Hier ist umgekehrt der in einem Raumteil, z. B. in der Volumeinheit, enthaltene Träger der Bewegung, die Energie der Welle, im allgemeinen zeitlich nicht konstant, dagegen die Geschwindigkeit der Welle merklich konstant (bei elektromagnetischen Wellen gleich der Lichtgeschwindigkeit).[1])

Die Größe einer Bewegung wird, wie Raum- und Zeitstrecke, an einer Ziffernskala von Bewegungszuständen gemessen. Auch hier ist es natürlich unpraktisch, die Größen der Bewegung durch eine qualitative Skala, wie z. B.: Größe der Bewegung eines wachsenden Grashalms, des Laufens einer Fliege, eines Menschen, eines Autos, einer Flintenkugel usw., anzugeben. Derartige Angaben kennzeichnen zwar ganz bestimmte Bewegungen ihrer absoluten Größe nach, vermögen dies aber nur sehr ungenau, und wie in anderen Fällen (vgl. S. 67, 78ff.) ist der denkökonomische Vorteil der Ziffernskala so groß, daß wir sie auch bei den Bewegungen nicht entbehren wollen. Die Definition der Einheit ist eine überaus einfache Sache, nachdem wir Einheiten der Länge und Zeit haben (vgl. §§ 13 und 14): Wir definieren die Einheit der Bewegung einfach als diejenige, welche durch die Einheiten von Länge und Zeit bestimmt ist: ein aus seiner räumlichen Umgebung irgendwie hervorragender physikalischer Zustand (z. B.

[1] Dementsprechend unterscheidet Palágyi zwischen den Begriffen „Bewegung“ und „Ausbreitung“; letztere Bezeichnung wird für solche Vorgänge vorbehalten, die oben als Bewegungen von Zuständen bezeichnet werden. Da die wägbare Materie selbst vermutlich nur ein Zustand (nämlich im Äther) ist, so wäre in dieser Bezeichnungsweise auch die Bewegung einer Masse als Ausbreitung anzusehen und der Begriff Bewegung nur auf das zu erstrecken, was man in Ermangelung eines deutschen Wortes „Substanz“ genannt hat.



eine Masse, ein elektrisches Feld) bewegt sich also mit der Einheit der Bewegung, wenn er in der Zeiteinheit gerade eine Längeneinheit zurücklegt, oder, was dasselbe besagt: wenn er zur Vollendung einer Längeneinheit gerade eine Zeiteinheit gebraucht. An dieser Einheit werden alle anderen Bewegungen gemessen, die so erhaltenen Maßzahlen heißen Geschwindigkeitszahlen oder kurz Geschwindigkeiten, und zwar ist die Geschwindigkeitszahl v das Verhältnis der Zahl der Längeneinheiten s durch die Zahl der Zeiteinheiten t:

$$1) \qquad v = \frac{s}{t}.$$

Diese Gleichung definiert also die Maßzahl v der Geschwindigkeit; sie mißt jede Geschwindigkeit, d. h. vergleicht sie mit der Geschwindigkeitseinheit. Es ist durchaus nicht etwa so, wie es in vielen Physikbüchern mißverständlich ausgedrückt ist, daß v die Geschwindigkeit selbst wäre; diese Auffassung verwechselt die Maßzahl einer Größe mit der Größe selbst. Wäre die Geschwindigkeit eines fliegenden Geschosses weiter nichts als eine Zahl, so könnte sie keine Realität haben, dann könnte allenfalls das Geschoß, aber nicht seine Geschwindigkeit wirklich sein. Andererseits müßte man von diesem Standpunkte auch das, was man eine Strecke s nennt, nur als Maßzahl s, eine Zeit t nur als Maßzahl t auffassen, was offenbar absurd ist. Übrigens kommt der vergleichende Sinn der kurzen Gleichung 1) bei dem originalen Denker der Bewegungserscheinungen, Galilei, deutlich zum Ausdruck; Galilei hatte die moderne, ökonomisch kurze Gleichung 1) noch nicht, sondern statt dessen Proportionen wie: $c:c' = t:t'$, wenn $s = s'$, oder $s:s' = ct:c't'$ usw. Diese schwerfällige Schreibweise hat immerhin den Vorzug, deutlich zu machen, daß wir zwei Bewegungen miteinander vergleichen, wenn wir eine Gleichung 1) über Geschwindigkeit hinschreiben: wir vergleichen in der Gleichung 1) eine Geschwindigkeit der Maßzahl v mit einer solchen der Maßzahl 1.

Die Definition 1) ist willkürlich; wir könnten beispielsweise das Quadrat $\left(\frac{s}{t}\right)^2$, oder etwa die Funktion $\frac{s}{t} : c - \frac{s}{t}$, wo c eine

Konstante ist, als Geschwindigkeit definieren. Aber die obige Definition 1) ist die einfachste, denkökonomischste und so ist also das Maß der Bewegung ein nicht durch die Natur uns aufgezwungenes, sondern freiwillig gewähltes und der Eigenart unseres Denken bequem angepaßtes, ähnlich wie dies mit den Maßen von Raum und Zeit der Fall war.

Daß die Bewegung von Zuständen und Körpern in der Natur kontinuierlich erfolgt, ist erfahrungsgemäß angenähert verbürgt, aber auch nur angenähert; schon Schopenhauer[1] äußerte sich, unter Umkehrung der Betrachtungsweise dahin, daß man an sich nicht genötigt ist, „die vor meinen Augen vorgehende langsame aber stetige und gleichförmige Bewegung eines Körpers mir zu denken als bestehend aus unzähligen, absolut schnellen, aber abgesetzten und durch ebenso viele absolut kurze Zeitpunkte der Ruhe unterbrochene Bewegungen". — In dieser Weise denkt man sich in der mathematischen Physik die Bewegung eines Punktes zum Zwecke einer mathematischen Beschreibung, welche es ermöglicht, auch im Falle einer mit der Zeit veränderlichen Geschwindigkeitszahl v doch die obige Gleichung 1) beizubehalten, die dann in die Form

$$2) \qquad v = \frac{ds}{dt}$$

gebracht wird. Hier sind ds und dt Differentiale von Weg und Zeit, und es ist klar, daß gerade die näherungsweise verbürgte Anwendbarkeit der Größe v bei der Beschreibung von Naturvorgängen uns die Freiheit gibt, die „kleine" Strecke ds und die „kleine" Zeit dt wie Differentiale zu behandeln, die zweckmäßiger, denkökonomischer sind als kleine Differenzen Δs und Δt von begrenzter Definitionsgenauigkeit.

Dem mathematischen Raume und der mathematischen Zeit steht somit ein mathematischer Geschwindigkeitsbegriff zur Seite, der durch die Gleichung 2) gegeben ist. So entsteht neben der Geometrie eine mathematische Bewegungslehre: die Phoro-

[1] Schopenhauer, Welt als Wille und Vorstellung, II, Buch 2, Kap. 23, Reclam S. 355.



nomie oder Kinematik, deren Aufbau a priori vor sich geht. Es ist von hier aus nur ein kleiner Schritt, auch den Differentialquotienten

3) $$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2},$$

der Beschleunigung genannt wird, zu bilden; wir könnten auch einen dritten Differentialquotienten $\frac{d^3s}{dt^3}$, einen vierten usw. aufstellen; aber diese höheren Bildungen sind von geringer Wichtigkeit, was an der Eigenart der physikalischen Erscheinungen liegt, auf die die Phoronomie angewandt wird, so daß wir bei Gleichung 3) haltmachen dürfen.

In der Definition der Größe v durch die Gleichung 1) liegt auch insofern eine Willkür, als man statt v auch das Reziproke davon, nämlich die Größe

4) $$r = \frac{t}{s}$$

einführen und diese etwa als die „Langsamkeit" bezeichnen könnte. Im Anschluß hieran würde man dann zweite und höhere Differentialquotienten, also z. B.

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d^2t}{ds^2}$$

bilden. Daß die mathematische Phoronomie diesen Weg nicht beschritten hat, sondern an die Gleichung 1) anknüpft, dürfte darin seine Erklärung finden, daß die Reziproke r und ihre Ableitungen in den Bewegungsvorgängen der Natur keine rechte Anwendung finden; so ist z. B. ein Bewegungsvorgang, der durch die Gleichung

$$\frac{d^2t}{ds^2} = \text{const} = g$$

gegeben ist (es wäre also ein Integral $t = \frac{1}{2}gs^2$ anzusetzen), mechanisch ohne rechte Anwendung, während die Gleichung $s = \frac{1}{2}gt^2$ in der Fallbewegung der Körper ein wichtiges Beispiel in der Natur findet. Also die historische Entwicklung der Phoronomie, die an die Beobachtung der fallenden Körper anknüpfte und die sich am Studium der Fallbewegung (Galilei) entwickelt hat, ist für die Wahl des Begriffs v und nicht r

zur Beschreibung von Bewegungsvorgängen verantwortlich zu machen.

Die willkürliche Bevorzugung der Gleichungen 1), 2), 3) vor der Gleichung 4) und ihren Ableitungen bringt zum Ausdruck, daß die „Urvariable" der Phoronomie die Zeit und nicht der Raum ist. Die Bewegungsvorgänge der Natur bauen sich in formaleinfacherer Weise auf die Zeit als auf den Raum auf. Das ist aber, wie die Stetigkeit (vgl. S. 86), eine Eigenheit der Natur; von vornherein ist in der reinen Phoronomie Raum und Zeit gleichberechtigt, ebenso wie von vornherein eine unstetige, zeitliche Aufeinanderfolge von Weltbildern R_0, R_1, R_2... denkbar war (vgl. S. 90).

Der Begriff der Bewegung, der (mit angenäherter Verbürgtheit) den Ablauf der natürlichen physikalischen Erscheinungen beherrscht, hat eine doppelte Seite, denn er drückt eine Relation aus. Es hat keinen Sinn, von der Bewegung eines Punktes schlechthin zu reden, wenn nicht deutlich ist, in bezug wozu die Bewegung vor sich geht. Ein Bewegtes setzt also implizite ein Solches voraus, relativ zu dem sich das Bewegte bewegt. Aus diesen Überlegungen entspringt eine Klasse von Fragestellungen, die als Probleme von der absoluten und relativen Bewegung bezeichnet werden und über die vielfacher Streit unter den verschiedenen Forschern entbrannt ist. Ich habe dargelegt[1], daß diese Streitigkeiten sich z. T. schlichten, wenn man den Sinn beachtet, den die verschiedenen Autoren dem Worte „absolute Bewegung" beilegen; es kommen viele Widersprüche in Fortfall, wenn man berücksichtigt, daß die verschiedenen Ansichten auf verschiedene Gegenstände Bezug haben. — Die Frage, welche Arten von Bewegungen mechanisch als relative, welche als absolute anzusehen sind, dürfte heute erledigt sein[2], ebenso halte ich die Frage der sogenannten Inertialsysteme der Mechanik für erledigt und es sei in dieserHinsicht auf die zitierten Abhandlungen verwiesen. Die Frage nach der relativen und absoluten Be-

[1] E. Gehrcke, Sitzungsber. d. Kgl. Bayer. Akad. d. Wiss., München 1912.
[2] E. Gehrcke, Verh. Dtsch. Phys. Ges. 15, 260, 1913.



wegung hinsichtlich optischer und elektromagnetischer Erscheinungen scheint ebenfalls in dem Sinne eine Erledigung finden zu sollen, daß Bewegung von Materie relativ zu dem Träger der Lichtwellen nachweisbar ist, wie Versuche von Sagnac[1] ergeben haben. Augenscheinlich ist der bekannte Spiegelversuch von Michelson nicht geeignet, um die Bewegung von Materie relativ zum Träger der Lichtwellen zu zeigen, er erklärt sich vermutlich durch Mitnahme dieses Trägers mit der Erde.

§ 16. Temperatur.

Der Begriff der Temperatur zeigt mit besonderer Deutlichkeit, wie ein physikalischer Begriff entsteht, und wie er als echter, empirischer Begriff eine näherungsweise Exaktheit und einen begrenzten Anwendungsbezirk hat. Bei Raum, Zeit und Bewegung im physikalischen Sinne sind die Verknüpfungen mit philosophischen Spekulationen vorangegangener Jahrtausende so rege, daß eine Lostrennung des physikalischen Begriffes gerade dem Gebildeten Schwierigkeiten macht. Bei der Temperatur sind wir frei von allem a priorischen Beiwerk, hier haben wir es mit einem unbestritten empirischen Gegenstand zu tun, hier ist die idealisierte Skala der Temperaturen in unzweifelhafter Weise auf der Grundlage der Sinnesempfindung abstrahiert und konstruiert, und so konnte man etwas über Zeit und Raum aus der Untersuchung des Begriffes Temperatur lernen.

Daß die Temperatur aus der direkten Wahrnehmung entnommen ist, daß Temperatur „empfunden" wird, dürfte ohne nähere Erläuterung klar sein; jedermann kennt z. B. die Unerträglichkeit extremer Temperaturen aus seinen alltäglichen Lebenserfahrungen. Wir haben demnach einen populären physiologischen Temperaturbegriff und eine Skala von Temperaturmarken, deren qualitativer Charakter feststeht, also etwa wie Mach[2] ausgeführt hat: „Erstarrungspunkt des Quecksilbers, Schmelzpunkt des Eises, Erstarrungspunkt des Leinöls, des Anisöls, Schmelzpunkt

[1] Sagnac, Journal de physique 4, 177, 1914.
[2] Mach, Principien der Wärmelehre, 1896, S. 44.

der Butter, Blutwärme, Siedepunkt des Wassers, Siedepunkt des Quecksilbers usw." Diese Ordnungsreihe von Temperaturmarken ist nur weniger zweckmäßig, als eine Ordnungsreihe von Zahlen, und es ist klar, daß die bekannten Maßzahlen von Länge, Zeit, Gewicht usw. sehr bald die Physiker dahin bringen mußten, eine analoge Skala für die Temperaturen einzuführen. Die Schwierigkeiten, die hierbei auftraten, hat Mach a. a. O. eingehend dargelegt, und wir haben hier nur hervorzuheben, daß diese Skala an einen willkürlich herausgegriffenen Vorgang, die Ausdehnung der Körper, anknüpft: zu jeder Temperatur wurde eine Ausdehnung eines Normalkörpers zugeordnet und so eine Temperaturreihe eindeutig mit ziemlicher Genauigkeit festgelegt. Das Willkürliche und die nur näherungsweise exakte Festlegung der Temperaturziffern ist ohne weiteres klar, und auch das Willkürliche der Einheit, der Temperaturgrad, wird deutlich durch den allbekannten Umstand, daß nicht weniger als drei Temperaturskalen: nach Celsius, nach Réaumur und nach Fahrenheit, noch heute in Gebrauch sind. Was bei Raum, Zeit und Geschwindigkeit nur mit längeren Auseinandersetzungen klarzumachen ist, die näherungsweise Definitionsfähigkeit des Begriffes und die willkürliche Art der Messung, ist bei der Temperatur leicht einleuchtend; so ist wohl Mach nur in Analogie zum Temperaturbegriff dahin gekommen, Raum und Zeit als „Empfindungen" zu bezeichnen.

Von der „physiologischen" Temperatur und der Ziffernskala der Temperaturen ausgehend, werden wir also nunmehr verleitet, die Eigenschaft der Zahlenreihe: unbegrenzter Aneinanderreihung und Teilung, auf die Temperaturskala versuchsweise zu übertragen und einen physikalischen Temperaturbegriff zu konstruieren. Dieser Begriff, der sich von der physiologischen Temperaturempfindung losgelöst hat und nur auf der Wärmeausdehnung des Normalkörpers beruht, führt dann auch zur Maßzahl ϑ der Temperatur, die stetige differenzierbare Funktion der Zeit usw. ist und sonstige, unserem Verstand bequeme, denkökonomische Eigenschaften hat. Die Erfahrung lehrt, daß dieser Begriff in weiten Grenzen und mit weitgehender Annäherung dazu

dienen kann, die Wärmeerscheinungen zu beschreiben und in Formeln zu fassen. Genau so wie bei Raum, Zeit und Geschwindigkeit stehen wir vor der Frage, ob die einmal festgelegte Temperaturskala endliche Grenzen hat oder unendlich ist wie die Skala der Zahlen. Während bei physikalischem Raum und Zeit solche Grenzen nicht feststehen und nur als unanschauliche Denkmöglichkeit diskutabel sind, stehen sie bei der Temperatur so gut wie fest: nach oben hin erscheint die Skala der physikalisch definierbaren Temperaturen begrenzt durch denjenigen Hitzegrad, bei dem die Moleküle des erhitzten Körpers[1] sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Eine noch größere Temperatur als diese ist nach unseren heutigen Erfahrungen ebensowenig wahrscheinlich wie eine relative Geschwindigkeit zweier Massen, die größer ist als die doppelte Lichtgeschwindigkeit.[2] Nach unten hin erscheint die Temperaturskala begrenzt durch denjenigen Zustand, bei welchem die Molekeln die Geschwindigkeit Null besitzen.

Auch der nur näherungsweise und bedingungsweise gültige, sozusagen provisorische Charakter eines physikalischen Begriffes ist aufs deutlichste am Temperaturbegriff ersichtlich: z. B. ist die Temperatur eines im Wärmegleichgewicht befindlichen Gases nicht bis zu beliebiger Genauigkeit definierbar; die Genauigkeit ist um so größer, je dichter das Gas und je größer sein Volumen. Für einen sehr kleinen Raum, sagen wir von 1 Milliontel mm^3, erleidet die Maßzahl der Temperatur in diesem Gasraum zeitliche Schwankungen unregelmäßiger Art, die zahlenmäßig angebbar sind, und die dem alten Temperaturbegriff den Boden entziehen: der Temperaturbegriff bedarf einer verfeinerten Definition, aber niemand kann annehmen, daß die Temperatur nunmehr einer unendlich weitgehenden Genauigkeit in ihrer Definition fähig ist.

Die heute in der Physik am meisten gebrauchte Temperatur-

[1] Hier wird von gewissen Einzelheiten abgesehen.

[2] Wenn sich z. B. ein Elektron mit Lichtgeschwindigkeit (als β-Strahl) nach rechts und eines mit Lichtgeschwindigkeit nach links bewegt, so haben beide relativ zueinander die doppelte Lichtgeschwindigkeit.

skala ist nicht wie die älteren von Celsius usw. auf die thermische Ausdehnung eines zufällig gewählten Körpers wie Quecksilber aufgebaut, sondern durch das Verhalten einer Klasse von Naturkörpern in besonders einfachem Zustand, den Gasen, begründet. Diese sogenannte thermodynamische Temperaturskala, nicht gerade glücklich auch „absolute" Temperatur genannt, leitet sich aus dem Verhalten der Gase bei Energieänderungen her. In grundsätzlicher Hinsicht ist bemerkenswert, daß die thermodynamische Temperaturskala besonders zweckmäßig und denkökonomisch ist, weil sie die quantitativen Gesetze der Wärmeerscheinungen besonders einfach gestaltet; hier liegt also abermals eine Analogie mit anderen Grundbegriffen vor, vgl. z. B. S. 80 das über die Zeitskala Gesagte.

Ähnlich wie mit der Temperatur ist es mit dem Begriff des Druckes eines Gases. Auch hier erreicht die heutige Experimentierkunst die alte Definitionsgenauigkeit und es tritt der aproximative, nur der näherungsweisen Gültigkeit fähige Charakter dieses Begriffes, der typisch ist für alle physikalischen Begriffe (vgl. § 6), klar zutage.

§ 17. Energie.

Der technische Begriff der Energie ist in Anlehnung an den technisch-physikalischen Begriff der mechanischen Arbeit, aus der technischen Praxis der Maschinen heraus, entstanden. Der technische Arbeitsbegriff als Element einer sehr summarischen Charakteristik einer Maschine stellt einen Vorstellungsinhalt dar, der den Praktikern sehr geläufig ist. Der physikalische[1] Energiebegriff ist umfassender als der Begriff der mechanischen Arbeit, und wir können, um ihm näherzukommen, auf § 12 S. 51 ff. zurückgehen. Dort war der Begriff der Energie aus dem Beispiel eines mechanischen Pendels entwickelt worden. Die Energie erschien hier als ein abgeleiteter Begriff, in dem die Maßzahl der Energie zuerst, vor dem Begriff, auftritt,

[1] Es sei hier besonders auf Driesch, Naturbegriffe und Natururteile, Leipzig 1904, S. 50 ff., und die dort angegebene Literatur hingewiesen.



und zwar als eine gewisse, einfache Funktion von Maßzahlen physikalischer Einheiten, die z. T. einen direkten Empfindungsinhalt besitzen, denen also — innerhalb einer gewissen oberen und unteren Grenze (vgl. § 4) — ein Wirklichkeitsinhalt der ersten Wahrnehmungsstufe (vgl. § 2 S. 6) eigen ist. Die Maßzahl der Energie in dem oben betrachteten Fall ergibt sich also durch einen der Wahrnehmung fremden Akt unseres eigenen Verstandes, welcher bei der Bearbeitung eines Wahrnehmungskomplexes auf etwas möglichst Einfaches, Denkökonomisches hinsteuert. Man kann auch so sagen, daß hier eine gewisse ästhetische Neigung unseres Denkens sich betätigt, die das Einfache aus dem Verwickelten herausschält, und so erscheint uns also die Maßzahl der Energie und an diese anschließend der Energiebegriff selbst als ein mathematisches Kunstprodukt, dem zunächst keinerlei Wirklichkeit als eben diese Eigenschaft, ein Erzeugnis unseres Verstandes zu sein, zuzukommen scheint. Daß aber die bei den Vorgängen in der Natur konstant bleibende Energiemaßzahl so wie angegeben mit der Maßzahl der anderen physikalischen Einheiten (Masse, Geschwindigkeit usw.) zusammenhängt, ist eine empirische Eigenschaft unserer Natur und keine Selbstverständlichkeit. Descartes glaubte noch, daß bei allen rein mechanischen Vorgängen das Produkt aus der Maßzahl m der Masse und der Maßzahl v der Geschwindigkeit (die sogenannte Bewegungsgröße) konstant bleibt, während erst spätere Forschungen ergeben haben, daß die lebendige Kraft $\frac{m}{2} v^2$ vermehrt um die potentielle Energie diese Rolle spielt.[1]

Die Erfahrung lehrt uns, daß nicht nur in dem schon früher betrachteten mechanischen Beispiel, sondern auch in allen anderen Einzelfällen der Mechanik sich eine Maßzahl E aufstellen läßt, die die Eigenschaft hat, bei allen möglichen Lagen und Zuständen eines isolierten mechanischen Systems konstant zu bleiben. Ferner lehrt die Erfahrung, daß auch für andere Erscheinungsgruppen, wie z. B. elektrostatische Vorgänge, sich eine Funktion E'

[1] Vgl. E. Dühring, Geschichte der Mechanik 1887, S. 159, 224 ff.

der Parameter bilden läßt, die konstant bleibt. Dasselbe ist bei Wärmeerscheinungen, optischen Erscheinungen usw. entweder deutlich oder augenscheinlich der Fall. Weiter lehrt die Erfahrung, daß, wenn ein physikalisches System Zustandsänderungen erleidet, die verschiedenartigen Erscheinungsgruppen angehören (also beispielsweise, wenn in einem System kinètische und potentielle Energie geringer werden, aber die Wärmeenergie zunimmt), die Zunahme der Maßzahl der einen „Energieform" (z. B. der Wärmeenergie) E'' mit einer ganz bestimmten Abnahme der Maßzahl einer anderen Energieform E''' (z. B. der kinetischen) Hand in Hand geht, d. h., daß die Maßzahlen der verschiedenen Funktionen E, E', E'', E'''... eine Summe

$$E + E' + E'' + E''' + \cdots$$

bilden, die, mag vorgehen, was da wolle, konstant bleibt. Diese konstante Summe oder Invariante kann man allgemein als „Energie des Systems" bezeichnen, und in weitester Ausdehnung des Befundes auf die gesamte Körperwelt, welche man als ein isoliertes System von Naturkörpern auffaßt, gelangt man so zu dem berühmten Satz, daß „die Energie des Weltalls konstant" sei.

Sind hiernach alle Aussagen über energetische Beziehungen zunächst nur reine Beziehungen zwischen Maßzahlen von gewissen Funktionen, die in ganz bestimmter Weise aus anderen Maßzahlen gebildet sind, so wird man weiter fragen, was denn nun der eigentliche Begriff dessen bedeutet, das durch die Energiemaßzahlen relativ zu einer Energieeinheit gemessen wird. Die Antwort hierauf ist in sehr verschiedener Weise erteilt worden. Die „energetische Schule", deren Vertreter z. B. Ostwald ist, sieht im Energiebegriff etwas einer „Substanz" Ähnliches, weil die Energie, wie auch die Masse, eine Invariante ist. Diese Schule will den Energiebegriff zum eigentlichen Grundbegriff der Naturwissenschaften erheben und die „Energie" als etwas ebenso Wirkliches ansehen, wie etwa der naive Realist in einem Naturkörper die „Substanz der Materie" als Wirkliches auffaßt. Für den Praktiker, den Techniker, ist die Energie einer Maschinenanlage, eines Wasserfalls usw. allerdings eine volkswirtschaftlich

hochbedeutende Größe, die er nicht als bloße Fiktion seines aufs Einfache gerichteten Verstandes wird ansprechen wollen; ihm wird die Energie als etwas Greifbares vorschweben, dessen Wirklichkeit ihm so unzweifelhaft verbürgt erscheint, wie etwa die objektive Festigkeit des Schwungrades einer Maschine. Dem Techniker erscheint der Energiebegriff, besonders in der Form der mechanischen Arbeit, als eine anschauliche Größe und die sogenannte „Leistung", d. h. die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit, ist ihm als „Pferdestärke" etwas sehr Vertrautes und daher „Reales".

Zu dieser Sachlage ist zunächst zu bemerken, daß jede Energiemaßzahl und damit die Energieeinheit vor manchen anderen physikalischen Maßen, wie z. B. Geschwindigkeit, Masse usw. durch eine besondere Eigenschaft gekennzeichnet ist, dadurch nämlich, daß man willkürlich eine beliebige Konstante zur Energiezahl hinzuzählen kann. Bei der Geschwindigkeitsmaßzahl v eines Körpers relativ zu einem anderen wäre es eine Künstelei, wollte man etwa den Zustand der gegenseitigen Ruhe nicht mit $v = 0$, sondern mit einem endlichen Wert $v = c$ definieren, bei der Energiemaßzahl aber ist man geradezu in Verlegenheit, welche „Energiemenge" als Null zu bezeichnen sei. Zwar ist es natürlich und ergibt es sich ungezwungen, die kinetische Energie eines Körpers gegen einen anderen, oder den „Wärmeinhalt" auf bestimmte, einfachste Weise zu definieren und dasselbe ist mit dem technischen Arbeitsbegriff der Fall, aber die „Energie der Lage", auch genannt potentielle Energie, sei dies in einem Gravitations-, elektrischen oder magnetischen Felde, ist schlechterdings nur durch reine Willkür mit einem Nullwert zu behaften. Wenn aber der „Energiegehalt" eines Systems in der Natur nicht ohne höchst willkürliche Festsetzung von einem Nullwert aus zählbar ist, wie ist es dann glaubhaft, daß dieser Energiegehalt eine in der Natur vorhandene, für sich bestehende, unveränderliche Realität darstellt?

Die Schwierigkeiten im Energiebegriff spiegeln sich auch in einem gelehrten Streite wider. Die einen behaupten nämlich, der Satz von der Erhaltung der Energie sei a priori und im Grunde

etwas Selbstverständliches, die anderen dagegen sind der Meinung, daß dieser Satz ein physikalischer Erfahrungssatz sei.[1] Vom ersten Standpunkte aus ist ein perpetuum mobile eine denknotwendige Unmöglichkeit, vom zweiten Standpunkte aus dagegen wird das perpetuum mobile nur als empirisch nicht möglich angesehen. Wenn man die Eigentümlichkeit unserer Erfahrungswelt, aus gegebenen Parametern eine Funktion bilden zu lassen, die bei allen Veränderungen eines Systems konstant bleibt, als eine formale Aufgabe ansieht, wenn man meint, daß in einem Komplex von sich ändernden Parametern sich doch wohl mindestens eine Funktion finden lassen wird, die die Eigenschaft der Konstanz besitzt, so erscheint allerdings die Energiemaßzahl als ein ad hoc erfundenes, mathematisches Produkt des auf Ökonomie eingerichteten Verstandes und weiter nichts, und es sähe wie ein Zufall aus, wenn diesem Erzeugnis unseres Geistes etwas Wirkliches in der Natur entsprechen sollte. Von diesem Standpunkte aus ist dann die Erhaltung der Energie eine Selbstverständlichkeit a priori; es spielt die physikalische Energiefunktion $E + E' + E'' + \cdots$ nur die Rolle einer einfachsten Maßzahl, die konstant bleibt, da andere, verwickeltere Maßzahlen z. B. $(E + E' + E'' + \cdots)^2$ oder $e^{E+E'+E''+\cdots}$ anzugeben sind, die ebenfalls die wesentliche Eigenschaft der Energie haben, zu allen Zeiten konstant zu sein. Andererseits aber ist es doch von vornherein nicht als sicher anzusehen, daß eine mit den Parametern Masse, Geschwindigkeit usw. beschreibbare Natur derart abläuft, daß sich überhaupt eine Funktion finden läßt, die konstant ist; es könnte doch z. B. so sein, daß unsere Beobachtungen ergäben, alle bewegten Körper streben allmählich ohne sonst irgendwelche Veränderungen der Geschwindigkeit Null zu (so etwa dachten sich die Alten die mechanische Natur); dann würde also die Energie $\frac{m}{2}v^2$ dauernd abnehmen, ohne daß sich sonst etwas ändert, und es würde offenbar keine einfache Funktion

[1] Vgl. M. Planck, Das Princip der Erhaltung der Energie, Teubner, Leipzig 1913.



der Parameter mit der Eigenschaft der Konstanz zu finden sein. Wenn aber eine Funktion gefunden ist, die sich als näherungsweise konstant und als von einfacher Zusammensetzung der Parameter herausstellt, so erscheint es von vornherein nicht ausgeschlossen, daß diese Funktion etwas Wirkliches in der Natur Vorhandenes, das auch ohne uns da ist, meßbar zum Ausdruck bringt. Dieser metaphysische Standpunkt gegenüber der Energie, der von der energetischen Schule eingenommen wird, ist also begreiflich. Man wird es auch begreifen, wenn jemand ein perpetuum mobile immerhin für logisch möglich erachtet und im Nichtvorhandensein eines perpetuum mobile nur eine näherungsweise sichergestellte Erfahrungstatsache sieht.

Die Wichtigkeit des Energiebegriffs liegt darin, daß er auf jede physikalische Erscheinung anwendbar ist, daß wir überhaupt keinen physikalischen Vorgang kennen, bei dem man nicht die Frage nach der Energiegröße stellen könnte. Der Energiebegriff umfaßt mechanische, elektrische, magnetische, thermische, optische Vorgänge, er umspannt die Physik so, wie dies nur noch Raum und Zeit tun. Der Satz von der Erhaltung der Energie ist daher von seinen Entdeckern Mayer und Helmholtz ebenso wie von den Zeitgenossen dieser Entdeckung als eine ganz besonders wichtige Stufe in der Entwicklung der Wissenschaft aufgefaßt worden; er läßt uns ahnen, daß die physikalischen Vorgänge, so bunt und verschiedenartig sie sind, doch nur Formen einer einzigen Grunderscheinung darstellen.

§ 18. Skalare und Vektoren.

In die mathematische Physik der neueren Zeit wird als etwas Besonderes und Wichtiges die Unterscheidung aller physikalischen Größen in „Skalare" und „Vektoren" eingeführt. Skalare sind z. B. Masse, Temperatur; Vektoren sind Geschwindigkeit, Kraft usw. Der Vektor wird auch als „gerichtete Größe" bezeichnet; dem Skalar ist jeder „Richtungssinn" fremd, er läßt sich nur der Größe nach angeben, d. h. wie eine Zahl auf der Zahlenskala einordnen, und hat davon seinen Namen,

Das klassische Beispiel eines Vektors ist die Geschwindigkeit; von diesem Begriff her stammt auch das zeichnerische Symbol des Vektors: der Pfeil. Bei näherem Zusehen ist dasjenige Begriffselement, das die Vektorgröße zu einer solchen macht, nicht ein räumliches, als vielmehr das in ihr steckende Zeitelement. Auch der Begriff der Richtung enthält dieses Zeitelement. Bei der Geschwindigkeit (vgl. § 15), deren Maßzahl v durch den Bruch $\frac{s}{t}$ dargestellt wird, steckt das Zeitelement im Nenner und es ist allgemein der Zeitfluß, der nie stillsteht und der stets einen Richtungssinn in die Zukunft enthält, welcher den physikalischen Vektor als solchen kennzeichnet.

Wenn sonach ein physikalischer Begriff auf zwei zeitlich aufeinander folgende Zustände Bezug nimmt, so wird er ein Vektor sein. Wenn ein physikalischer Begriff aber diese Eigenschaft nicht hat, wenn er z. B. durch bloße Lagen im Raum gegeben ist oder einen Zustand ohne Bezugnahme auf den zu einem späteren Moment bestehenden Zustand kennzeichnet, so wird er nicht ohne weiteres ein Vektor, sondern ein Skalar sein. Deshalb ist z. B. Kraft ein Vektor, denn sie enthält nach ihrer Definition den Begriff der Beschleunigung, der seinerseits auf die zeitliche Folge von Bewegungszuständen Bezug nimmt, aber „Druck eines Gases" ist ein Skalar, der einen Zustand an und für sich unabhängig von einer zeitlichen Verbindung kennzeichnet. Vielfach wird auch solchen Größen, die zunächst in natürlicher Auffassung als Skalar anzusehen sind, durch eine künstliche Zutat der Vektorcharakter verliehen. So sind z. B. ein Winkel φ oder die Entfernung r zweier Punkte Skalare. Wenn man aber für den Winkel den einen Schenkel willkürlich als „Nullinie", den anderen Schenkel willkürlich als beweglich mit bestimmtem Richtungssinn festsetzt und wenn man die Entfernung r von einem willkürlichen Nullpunkt an zählt, also den Bewegungsbegriff willkürlich dazu zuordnet, so erreicht man auf diese Weise, daß auch Winkel und Strecken formal zu Vektoren werden. Gegen die mathematische Zweckmäßigkeit eines solchen Verfahrens besteht keinerlei

Bedenken, es gilt aber auch in diesen Fällen, daß es das Verbundensein mit einem Zeitelement (hier mit der Einführung des Bewegungsbegriffs) ist, welches die Vektorgröße hervorbringt. Die speziellen Vektoren der Physik, polarer Vektor (z. B. elektrisches Feld), axialer Vektor (z. B. magnetisches Feld), Tensor (z. B. die elastische Spannung in einem Gummifaden) beziehen sich auf das allgemeine Verhalten der betreffenden Größen im Raume. Hierauf möge nicht näher eingegangen werden; grundsätzlich neues entspringt hieraus nicht. Allgemein ist also das Zeitelement dasjenige, was die Vektorgröße kennzeichnet und ist die Zeitgröße sozusagen der Urvektor der Physik. Wie der Zeitpunkt der Typus des Vektors, ist der Raumpunkt, der Massenpunkt der Typus des Skalars und nur durch Verwebtsein der Zeit in irgendeinen physikalischen Begriff wird eine Vektorgröße hervorgebracht.

§ 19. Dimensionen der physikalischen Größen.

Eine physikalische Größe ist durch eine Maßzahl und durch eine Einheit definiert, relativ zu der die Maßzahl gilt (vgl. § 7). So ist z. B. die Geschwindigkeit v eines fallenden Körpers durch ihre Maßzahl v, bezogen auf eine ganz bestimmte Geschwindigkeit, die zur Einheit gewählt ist, eindeutig gekennzeichnet. Ändert man die Einheit einer Größe im Verhältnis n, so ändert sich auch die Maßzahl, und zwar, da die Größe selbst konstant bleibt, im selben Verhältnis, also um den Faktor $\frac{1}{n}$. Diese Eigenschaft ist nichts anderes als der mathematische Ausdruck dafür, daß eine Größe nicht nur durch eine Ziffer zu kennzeichnen, sondern zu messen ist. Die Verbindung der physikalischen Größen untereinander in den mathematischen Formen, welche Naturgesetze genannt werden, geschieht meistens so, daß die verschiedenen Größen durch die Operationen der Multiplikation oder Division miteinander in Beziehung treten. So ist z. B. im Gravitationsgesetz $k = f\frac{m m'}{r^2}$ jede der Größen f, m, m', r und auch k mit der anderen durch Multiplikation oder Division verbunden. Es könnten

viele Beispiele aus der Physik und Chemie angeführt werden, wo es ebenso ist. Hieran ist zunächst besonders auffällig, daß eine Verbindung verschiedener physikalischer Größen, also z. B. Kraft k und Geschwindigkeit v, in der Form der Addition oder Subtraktion nicht vorkommt, obgleich doch an und für sich zwei Maßzahlen k und v zu einer neuen Maßzahl $k + v$ verbunden werden können, und es entsteht die Frage, warum eine solche additive Zusammensetzung verschiedenartiger physikalischer Größen nicht gebraucht wird.

In Beantwortung dieser Frage sei hier unter Beschränkung auf das Beispiel $k + v$ nur so viel bemerkt, daß die Größe $k + v$ eine Eigenschaft hat, die die meisten anderen physikalischen Größen nicht haben. Bei einer Änderung z. B. der Zeiteinheit auf das n-fache würde die Maßzahl der Geschwindigkeit v sich um das $\frac{1}{n}$-fache, die Maßzahl k der Kraft sich um das $\frac{1}{n^2}$-fache ändern. Also würde die Maßzahl $k + v$ sich in $\frac{k}{n^2} + \frac{v}{n}$ ändern. Diese Größe ist aber nicht mehr durch Multiplikation eines Faktors m mit $k + v$ darstellbar, denn es ist nicht $m \cdot (k + v) = \frac{k}{n^2} + \frac{v}{n}$ derart zu setzen, daß m von k und v allgemein unabhängig wird. Mit anderen Worten: Die abgeleitete Größe $k + v$ ändert sich bei Änderung einer Maßeinheit (z. B. derjenigen der Zeit) nicht um einen Faktor, sondern in komplizierterer Weise. Die Eigenschaft einer Größe, sich bei Änderung einer Maßzahl einer anderen Größe um den Betrag eines Faktors, ebenfalls um einen gewissen Faktor zu ändern, bezeichnet eine besonders einfache Eigenschaft. Ebenso wie bei den einfachsten physikalischen Größen jede Änderung der Maßeinheit auch solche der Maßzahl, und zwar um denselben Faktor, zur Folge hat, so haben auch die zusammengesetzten, abgeleiteten physikalischen Größen die Eigenschaft, daß sich Maßzahl und Maßeinheit proportional einem Faktor ändern.

Bei der Geschwindigkeit ist $v = \frac{s}{t}$ (im Falle ungleichförmiger Bewegung, wo s und t sehr klein sind, schreibt man $v = \frac{\partial s}{\partial t}$),

Wenn hier die Maßeinheit der Zeit um das n-fache, die Maßeinheit der Strecke um das m-fache geändert wird, so ändert sich die Geschwindigkeitseinheit um das $\frac{n}{m}$-fache, also die Geschwindigkeitszahl um das $\frac{m}{n}$-fache. Diese Zahl $\frac{m}{n}$ nennt man die „Dimension" der Geschwindigkeit. Man bezeichnet allgemein als Dimension einer physikalischen Größe das Zahlenverhältnis, um das sich ihre Maßzahl ändert, wenn die Grundeinheiten der Länge, Zeit und Masse je um ein Vielfaches geändert werden. Man benutzt für diese Zahlen eine auf den ersten Blick etwas mystische Schreibweise, indem man für die Längeneinheit die Bezeichnung L, die Zeiteinheit den Buchstaben T (herrührend von tempus), für die Masseneinheit den Buchstaben M einführt und die aus diesen Benennungen gebildeten, wie Produkte oder Quotienten geschriebenen Symbole in eckige Klammern setzt. Also ist z. B. die Dimension der Geschwindigkeit $= \left[\frac{L}{T}\right]$, auch geschrieben $L \cdot T^{-1}$, die Dimension der Kraft $= \left[\frac{m\,L}{T^2}\right] = MLT^{-2}$, und es erhalten so die einzelnen physikalischen Größen jede ihre „Dimensionsformel".

Bei der Wahl: cm (Zentimeter) für die Längeneinheit, g (Gramm) für die Masseneinheit, sec (Sekunde) für die Zeiteinheit, schreibt man auch z. B. für die Dimension der Geschwindigkeit $\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$, der Kraft $\mathrm{g\,cm\,sec}^{-2}$, usw. Die Masseneinheiten heißen auch C-G-S-Einheiten oder „absolute" Einheiten. Eine „absolut" gemessene physikalische Größe ist eine relativ zu den Grundeinheiten cm, g, sec gemessene; es wird hier leider der so abgegriffene Ausdruck „absolut" in einer speziellen Bedeutung benutzt, die nicht gerade dazu beiträgt, den Nimbus wissenschaftlich zu klären, der um das Wort „absolut" besteht.[1]

Der praktische Wert der „Dimensionen" in der Physik ist hauptsächlich der, eine Kontrolle für einen Fehler in einer Rech-

[1] In der Physik wird das Wort „absolut" auch in der Verbindung „absolute Temperatur" gebraucht und hiermit eine nach gewissen thermodynamischen Grundsätzen definierte Temperatur gekennzeichnet. Nimmt man hinzu, daß von manchen als „absolute Geschwindigkeit" eine Geschwindigkeit relativ

nung insoweit zuzulassen, als eine mathematische Gleichung, welche physikalische Größen enthält, „hinsichtlich der Dimensionen stimmen muß"; wenn eine solche Gleichung z. B. Summanden enthält, die nicht die gleiche Dimension haben, so stimmt etwas nicht und man wird angeregt, einen Fehler zu suchen. Diese Bedeutung der Dimensionen hat Fourier in seiner Theorie der Wärme (Sektion 9, Kapitel 2) erkannt. Runge[1] hat des näheren gezeigt, daß Dimensionsbetrachtungen oft auch dazu zu verwenden sind, um die mathematische Form der Abhängigkeit unter physikalischen Größen zu finden. Ferner hat Runge ausgeführt, daß die Wahl der Dimension einer physikalischen Größe willkürlich ist und durch Zweckmäßigkeitsgründe, ebenso wie die Wahl der Maßeinheiten, bestimmt wird. Obwohl das absolute Maßsystem und die Dimensionsformeln auf mechanisches Maß zurückgehen, liegt die hauptsächlichste Bedeutung dieser Konstruktionen auf elektrischem und magnetischem Gebiet; die Begründung dieser Erscheinungen in „absolutem Maß" durch Gauß und Weber ist ein charakteristischer, scharfsinniger Fortschritt der exakten Wissenschaft. So sicher die elektromagnetischen Größen im mechanischen absoluten Maßsystem verankert sind, so wenig läßt sich dies bisher von manchen Größen der Wärmelehre sagen. Kirchhoff[2] hat zu den mechanischen Grundeinheiten der Länge, Zeit und Masse zwei weitere Grundeinheiten einführen zu sollen gemeint: „Einheiten für zwei der drei Größen: Temperaturänderung, Wärmemenge, spezifische Wärme. Die Einheit für die dritte von diesen drei Größen ist dann bestimmt durch die Gleichung

$$dQ = mcd\vartheta;\text{“}$$

---

zum Äther (von manchen noch etwas anderes) verstanden wird, so erscheint es verständlich, daß nicht nur in der Philosophie, sondern auch in der Physik das „Absolute" nachgerade zu einer Quelle von Verwechslungen und Irrtümern geworden ist.

[1] C. Runge, Phys. Zeitschr. 17, S. 202, 1916. Vgl. auch F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 12. Aufl., Teubner, Leipzig 1914, S. 672.

[2] G. Kirchhoff, Vorlesungen über die Theorie der Wärme, Teubner, Leipzig 1894, S. 12.



(dQ Wärmemenge, m Masse, c spezifische Wärme, $d\vartheta$ Temperaturänderung). Von diesen ist aber die Wärmemenge[1] als abgeleitete, mechanische Größe, als Energie, mit der Dimension der Energie ($L^2T^{-2}M$) aufgefaßt worden, die Temperatur jedoch hat man[1] als Grundeinheit bestehen lassen und sie kommt daher zu den drei mechanischen Grundeinheiten Länge, Zeit, Masse als vierte, selbständige Grundeinheit hinzu. Dementsprechend enthalten die Dimensionsformeln von Größen der Wärmelehre die Grundeinheit der Temperatur: den Temperaturgrad.

Wenn man die Wärmeerscheinungen aber durch die kinetische Wärmetheorie, also durch ein mechanisches Bild, theoretisch behandelt, so verschwindet die vierte Grundeinheit wieder und es wird auch die Temperatur auf mechanisches Maß zurückgeführt. Nach Kohlrausch (a. a. O. S. 678) ist die so definierte Temperatur von der Dimension einer Energie, nach Auerbach[2] von der Dimension eines Geschwindigkeitsquadrates.

Wenn wir auf die oben hervorgehobene Eigenschaft der physikalischen Größen zurückgehen, daß ihre Maßzahlen mit anderen durch die Operationen der Multiplikation und Division zusammenhängen, so wird man fragen können, ob dies so sein muß oder ob hierin eine Willkür liegt. Runge hat dargelegt[3], daß die Maßzahl der thermodynamisch definierten Entropie anders beschaffen ist, indem diese sich bei Veränderung der Einheit der Entropie nicht umgekehrt proportional ändere. Mit der Entropie werde der Logarithmus der Maßzahl einer physikalischen Größe eingeführt und dieser ändert sich, wenn z. B. die Längeneinheit um einen Faktor geändert wird, nicht um einen Faktor, sondern um eine additive Größe. Dementsprechend ist die thermo-

[1] Vgl. z. B. F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 12. Aufl., Teubner, Leipzig 1914, S. 676 ff.

[2] Vgl. z. B. Handbuch der Physik von Winckelmann, 1908, Bd. I, S. 91.

[3] Andere erblicken in der Entropie eine gewöhnliche physikalische Größe und erteilen ihr eine Dimension. So z. B. gibt Auerbach (Handbuch d. Physik von Winckelmann 1908, Bd. I, S. 91) der Entropie die Dimension einer Masse.

dynamisch eingeführte Entropie-Größe S also keine physikalische Größe im gewöhnlichen Sinne, sondern eine Abnormität, die nur durch den Nutzen, den sie bei der Beschreibung bringt, gerechtfertigt ist; es kann eben unter Umständen nützlicher sein, den Logarithmus der Maßzahl einer physikalischen Größe zu betrachten als die Maßzahl selbst.

§ 20. Entropie.

Die Entropie ist ein physikalischer Begriff, der erst auf hoher Entwicklungsstufe der Wissenschaft entstanden ist und dem rein gar nichts Primitives anhaftet. Auch als anschaulich kann man ihn nicht ansprechen. Der Begriff der Entropie ist also ein Schulfall eines von der Wissenschaft selbst gebildeten, abstrakten physikalischen Begriffes; über seine historische Entstehung vgl. besonders die Ausführungen von Mach: Prinzipien der Wärmelehre, Leipzig 1900.

Die Entropie in ihrer ursprünglichen Form ist natürlich durch die Maßzahl einer Entropieeinheitsgröße meßbar. Was bei der Raumstrecke, der Zeitstrecke und anderen physikalischen Größen nur nach näherer Untersuchung einzusehen ist, daß sie nämlich auf eine abstrakt herausgehobene Seite eines physikalischen Vorgangs Bezug nehmen oder, mit anderen Worten ausgedrückt, daß sie einen idealisierten physikalischen Vorgang zur Grundlage haben, ist bei der Entropie leicht ersichtlich, denn ihre Definition ist am einfachsten zu geben, wenn man an Vorgänge in einem „idealen" Gase anknüpft; ein solches ist ein Gas, von dem man von vornherein bewußt annimmt, daß es, genau genommen, nicht existiert, sondern nur näherungsweise ein wirkliches Gas in seinen thermischen Eigenschaften gedanklich wiedergibt. Die Entropiemaßzahl S eines „idealen Gases" der Masse M, der Temperatur ϑ, des spezifischen Volumens v, der spezifischen Wärme c_v, dem Molekulargewicht m ist gegeben durch den Ausdruck

$$S = M\left(c_v \log \vartheta + \frac{R}{m} \log v + \text{const}\right). \tag{1}$$

Hier ist R eine ganz bestimmte Konstante (die allgemeine Gaskonstante), außerdem kommt in der Definition von S noch eine andere, additive Konstante (const) vor. Diese bewirkt für die Größe S eine Analogie zur Energie, welche ebenfalls bis auf eine additive Konstante definiert war (vgl. § 17). Die Analogie geht noch weiter. Es bleibt nämlich die Größe S in gewissen Fällen, z. B. bei adiabatischen Vorgängen zeitlich konstant, sie ist z. B. im Anfangszustand dieselbe wie im Endzustand. Allgemein wird gezeigt, daß in sogenannten reversiblen Vorgängen idealer Gase die Größe S konstant bleibt. Aber damit hört die Analogie zur Energie auf. Denn bei allen irreversiblen Vorgängen ist S inkonstant, und zwar im Endzustand größer als im Anfangszustand, so daß für S die charakteristische Eigenschaft herauskommt, dauernd nur zu wachsen, niemals abzunehmen und nur im Grenzfall des reversiblen Vorgangs konstant zu bleiben. Diese Eigenschaft der Entropie ist, in anderen Worten ausgedrückt, der Inhalt des sogenannten zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre, worauf hier nicht näher eingegangen werden möge.

Die zunächst für ideale Gase und deren thermodynamische Eigenschaften aufgestellte Definition der Entropiegröße S läßt sich für beliebige Gase und für beliebige, feste oder flüssige Körper verallgemeinern. Dies geschieht derart, daß man nicht immer, wie in obiger Gleichung, die Funktion S in Abhängigkeit von den anderen Parametern des Prozesses hinschreiben kann, daß man aber immer eine Größe S definieren kann:

$$(2) \qquad S = \int_1^2 \frac{dU + p \cdot dV}{\vartheta},$$

die im Anschluß an Clausius[1] die Entropie des Körpers im Zustand 2, bezogen auf den Zustand 1 als Nullzustand, genannt wird. So ist also die Maßzahl S der Entropie definiert durch ein Integral über eine Funktion des Differentials der Maßzahl der

[1] Clausius, Mechanische Wärmetheorie, Braunschweig 1876.

inneren Energie U, der äußeren Arbeit $p \cdot dV$ und der Temperatur ϑ. Damit wird die Entropie zu einer recht komplizierten physikalischen Größe.

Wie aus Gleichung (2) hervorgeht, ist die Dimension der Entropie gleich Dimension der Energie dividiert durch Dimension der Temperatur. Wenn man aber der Temperatur die Dimension einer Energie gibt (vgl. S. 107), so wird die Dimension der Entropie von derjenigen einer reinen Zahl, d. h. ohne Dimension. Wenn man der Temperatur die Dimension eines Geschwindigkeitsquadrats erteilt (vgl. S. 107), so bekommt die Entropie die Dimension einer Masse.

Eine Besonderheit der Entropie ist, daß sie, wie aus neueren Untersuchungen folgt, auf einen Kollektivgegenstand Bezug nimmt und nur diesen, nicht einen Einzelgegenstand, kennzeichnet. Hierüber mögen einige Worte gesagt werden.

Wie in der Versicherungspraxis und in der Biologie wird auch in der neueren Physik mit Kollektivbegriffen und Kollektivgegenständen gearbeitet. Ein Kollektivgegenstand der Versicherungspraxis ist z. B. das menschliche Lebensalter in Preußen, in der Biologie z. B. die Größe einer Erbse oder die Anzahl der Strahlen in den Schwanzflossen von Steinbutten usw. Solche Kollektivgrößen kennzeichnen also nie einen einzelnen Fall, sondern einen gewissen Durchschnitt über eine mehr oder weniger große Anzahl von Einzelfällen. Um etwa beim Beispiel der Größe einer Erbse zu bleiben, so ordnet man eine größere Anzahl, sagen wir 1000 Erbsen, nach ihrer Größe und findet so, indem man erstens die Anzahl innerhalb gewisser willkürlicher Größenintervalle als Ordinaten und diese letzteren zweitens zur Größe der Erbsen als Abszisse aufträgt, die Verteilungskurve oder Verteilungsfunktion des Kollektivgegenstandes. Je größer die zugrunde gelegte Anzahl, um so zuverlässiger sind die gefundenen Durchschnittswerte, um so genauer ist also der Kollektivgegenstand definiert. Hieraus ist ohne weiteres ersichtlich, daß ein empirischer Kollektivgegenstand im Gegensatz zu einem mathematischen Kollektivgegenstand immer nur näherungsweise,

niemals völlig scharf definiert oder gemessen werden kann. Es stimmt hierin mit den allgemeinen Eigenschaften der Wahrnehmungsgegenstände überein (vgl. § 5).

In der Physik hat man erst in neuerer Zeit mit Kollektivgegenständen zu tun. Solche sind im Anschluß an die neuere Atomistik gebildet worden. Ein Beispiel eines physikalischen Kollektivbegriffes ist z. B. die Geschwindigkeit der Gasmoleküle bei einer bestimmten Temperatur; man hat hier eine Verteilungsfunktion (nach Maxwell), welche angibt, wie die Anzahl der Moleküle eines bestimmten, sehr kleinen Geschwindigkeitsintervalls von der Geschwindigkeitsmaßzahl abhängt. Andere solche Kollektivgegenstände der Physik sind z. B. der gastheoretisch definierte Druck und auch die Temperatur eines Gases.

Die physikalischen Kollektivgegenstände pflegen im allgemeinen auf eine so große Anzahl von Einzelvorgängen Bezug zu nehmen, daß dabei die näherungsweise Definition nicht immer deutlich hervortritt. So auch beim Begriff der Entropie, deren Maßzahl, wie aus obiger Gleichung (1) hervorgeht, als Funktion eines Kollektivgegenstandes definiert ist, wenn ϑ, die Temperatur, gastheoretisch als Kollektivgegenstand zugrunde gelegt wird. Die näherungsweise Bedeutung des Kollektivgegenstandes Temperatur überträgt sich hiermit also auf die Entropie, die damit ebenfalls eine nur näherungsweise, einem Kollektivgegenstand eigentümliche Definition bekommt.

Wie wichtig der Begriff des Kollektivgegenstandes für die gesamte Physik ist, erhellt u. a. daraus, daß jede mehr als einmal vorgenommene physikalische Messung irgendeiner Größe ein Kollektivgegenstand ist, da jede einzelne Messung mit einem Fehler behaftet ist (vgl. § 6). Die physikalische Messung einer Größe bezeichnet stets einen gewissen Durchschnittswert unter vielen Einzelbeobachtungen, der mit der näherungsweisen Bestimmtheit einer physikalischen Kollektivgröße behaftet ist.

Der Umstand, daß die Entropie eine Kollektivgröße ist, liegt im Grunde auch dem interessanten, gelehrten Streit zwischen

Loschmidt[1] und Boltzmann[2] zugrunde. Der erstere behauptete, es sei möglich, mittels einzelner oder weniger Gasmoleküle Wärme von einem Körper mit niederer zu einem solchen mit höherer Temperatur überzuführen, der letztere wies durch Rechnung nach, daß bei sehr vielen, quasi unendlich vielen, Gasmolekülen ein solcher Übergang nicht möglich sei. Daß der Loschmidtsche Gedanke sich auf Einzelgegenstände, die Berechnungen Boltzmanns auf Kollektivgegenstände bezogen, ist augenscheinlich den Zeitgenossen dieses Streites unbemerkt geblieben. Wie auch in der neuesten physikalischen Literatur unbeachtet zu bleiben pflegt, daß der Entropiebegriff nur näherungsweise definiert ist, und daß der zweite Hauptsatz, so weitgehend sein Bereich für Vorgänge mit sehr großen Anzahlen von Molekülen gehen mag, doch nur näherungsweise gültig ist, und nur für sehr große Molekülzahlen. Für geringe Molekülzahlen gilt der zweite Hauptsatz so ungenau, daß er als praktisch ungültig anzusehen ist. Der zweite Hauptsatz ist demnach nicht von der universellen, alle Naturvorgänge umfassenden Bedeutung wie der erste Hauptsatz, denn er erstreckt sich überhaupt nur auf spezielle Erscheinungen der Wärme. Er ist also eigentlich kein Hauptsatz, sondern ein Nebensatz. Ebenso ist auch ein perpetuum mobile zweiter Art für wenige Moleküle als herstellbar, für viele Moleküle ebenfalls noch als herstellbar, für ungeheuer viele Moleküle als praktisch nicht mehr herstellbar anzusehen. Die Unmöglichkeit, ein perpetuum mobile zweiter Art zu bauen, besteht also nicht grundsätzlich, sondern bezieht sich nur auf den Näherungsgrad der technischen Herstellung. Demgegenüber scheint das perpetuum mobile erster Art grundsätzlich unmöglich zu sein.

§ 21. Kraft.

Der Kraftbegriff der Physik knüpft ursprünglich und unverkennbar an eine Sinneswahrnehmung an. Wie schon der Name

---

[1] Loschmidt, Wiener Sitzungsberichte 76, S. 209, 1878.

[2] Boltzmann, ebenda 1875 und 1876.

Kraft zum Ausdruck bringt, ist es die Muskelanstrengung, z. B. des Armes, beim Heben eines Gewichtes, die dem physikalischen Kraftbegriff die natürliche und unmittelbar einleuchtende Unterlage verleiht. Der physikalische Kraftbegriff baut sich also auf einem physiologisch-psychologischen Grunde auf; er ist so deutlich anthropomorph wie es nur möglich ist. Leibniz äußerte sich sehr bezeichnend dahin, daß Kraft „etwas der Seele Analoges" sei.

Die Unterschiede der verschiedenen physikalischen Kräfte beziehen sich nicht auf den Begriff der Kraft selbst, sondern lediglich auf die Erzeugungsweise. Wenn wir ein Gummiband mit den Händen spannen, so erzeugen wir eine „elastische Kraft", nämlich infolge der Eigenschaft des Gummis, Elastizität genannt, bei der Streckung einen Zug auszuüben. Wenn wir andererseits in der einen Hand ein Stück Eisen, in der anderen einen Magneten halten und die „magnetische Kraft" beobachten, so nehmen wir wieder dieselbe Kraftwirkung wahr: die physiologisch-psychologische Grundlage, die Wahrnehmung der Kraftwirkungen der Naturkörper, ist immer dieselbe, aber es besteht eine Verschiedenheit der technischen Apparate zur Erzeugung der Kräfte.

Die Physik sucht sich, wie immer, von dem subjektiven Inhalt des Begriffes möglichst frei zu machen. Dies geschieht einmal dadurch, daß der Vorgang idealisiert und sodann dadurch, daß der idealisierte Vorgang meßbar gemacht wird. Die Skala der verschieden großen Kräfte ist nahegelegt durch verschieden große Gewichte, z. B. verschieden große Steine oder Metallstücke, welche verschieden große Drucke auf die Hand oder einen Zug auf den Arm ausüben. Die Skala der Muskelempfindungen, genannt Kräfte, ist der Beobachtung nicht durch eine diskontinuierliche Reihe von Einzelempfindungen nahegelegt, sondern sie erscheint der primitiven alltäglichen Erfahrung sehr verständlich durch eine kontinuierliche Skala von möglichen Muskelempfindungen, erzeugbar durch beliebig fein abgestufte Gewichtsstücke, gegeben. Daß diese kontinuierliche Skala, genau so wie in früheren Fällen, eine hypothetische, idealisierte ist und nur

näherungsweise verbürgt, braucht an dieser Stelle nicht nochmals ausgeführt zu werden (vgl. § 13 und § 14 S. 56ff.).

Aber damit ist die Idealisierung nicht abgeschlossen. Die Skala der Gewichte, die eine Skala von Drucken und Muskelempfindungen schafft, hängt erfahrungsgemäß mit einer Klasse von Erscheinungen zusammen, die wie keine andere zur Erzeugung einer genauen und sicheren Objektivierung und Messung des Tatbestandes geeignet erscheinen: mit Bewegungen. Jedes drückende Gewichtsstück, jede gespannte Gummischnur oder Feder, jedes magnetisch angezogene Eisenstück setzt sich in Bewegung, sobald wir dem Drucke nachgeben. Andererseits drückt ein jeder in Bewegung befindliche Körper, sobald wir die Bewegung hemmen. Es ist also nicht weit hergeholt, wenn man versucht, die Kraft durch die Bewegung zu messen.

Nun liegt aber die Sache hier nicht so einfach, daß etwa dem größeren Druck immer eine größere Geschwindigkeit entspräche. Zwar wird ein und dieselbe Stahlfeder, je stärker ich sie zusammengedrückt habe, eine um so schnellere Bewegung beim Loslassen ausführen. Aber verschiedene Stahlfedern, die nahezu gleiche Drucke ausüben, vermögen sehr verschieden schnelle Bewegungen zu vollziehen, und verschieden große Gewichtsstücke fallen ungefähr mit gleicher Geschwindigkeit zur Erde. Die Bewegung allein vermag also nicht die Kraft zu kennzeichnen und zu messen, auch der Träger der Bewegung spielt eine Rolle. Will man die Größe einer Kraft mit der Stärke einer Bewegung in Beziehung setzen, so muß also Bewegung und Bewegtes zugleich berücksichtigt werden. Hieraus ist ersichtlich, daß der Begriff der Kraft, sobald er mit einem Bewegungsvorgang zum Zweck der Messung der Kraft in Beziehung tritt, mit der Theorie der Bewegung aufs engste verbunden ist. Historisch hat sich besonders die der Beobachtung am leichtesten zugängliche Klasse von Erscheinungen, die mechanischen, als förderlich für diese Entwicklung des Kraftmaßes erwiesen, wie in folgendem § 22 näher ausgeführt wird.

§ 22. Masse.

Der Begriff der Masse ist im Gegensatz zu dem der Kraft nicht direkt und einfach der Sinneswahrnehmung nahegelegt, sondern es gehört schon eine etwas höhere Stufe der physikalischen Erfahrung dazu, um ihn zu entwickeln. Es sind besonders zwei Klassen von Erscheinungen, die zum Massenbegriff geführt haben: die Massenträgheit und die Gravitation.

Was die ursprünglichere und auch der primitiven technischen Erfahrung zugängliche „träge Masse" anlangt, so knüpft dieser Begriff, ähnlich wie der Kraftbegriff, an gewisse einfache Beobachtungen, z. B. beim Heben und Bewegen von Steinen, Holz und anderen Naturkörpern, mit Zuhilfenahme unserer Gliedmaßen, an. Gibt auf dieser Stufe der physikalischen Erkenntnis der Kraftbegriff die dem Menschen naheliegendste, aktive Seite des Vorganges wieder, so sucht der Massenbegriff dem passiven Verhalten des Körpers gerecht zu werden: der Körper scheint bei einem Bewegungsvorgang der Kraft einen Widerstand entgegenzusetzen, indem es ganz verschieden großer Kräfte bedarf, um die verschieden großen Steine oder Holzstücke fortzurollen oder zu heben. So entsteht der Begriff der trägen Masse eines Naturkörpers als der eines trägen Widerstandes gegen Bewegung: je größer dieser Widerstand, um so größer die zum Bewegen nötige Kraft, und umgekehrt: je größer die zur Verfügung stehende Kraft, eine um so größere Masse kann bewegt oder gehoben werden.

In diesen einfachen Erfahrungen sind, wie man sieht, zwei verschiedene Begriffe miteinander verwebt, die dann erst später als „träge Masse" und „schwere Masse" getrennt werden. Die träge Masse läßt recht eigentlich die Passivität der Masse hervortreten; sie wird gemessen durch Bewegung; in der Weise, daß die Maßzahl der Masse gleich der Maßzahl derjenigen Kraft ist, welche nötig ist, um die Beschleunigung 1 hervorzurufen. Diese Beziehung ist in der Grundgleichung

$$K = m \cdot \frac{d^2 s}{d t^2}$$

enthalten. Die Gleichung, welche eine willkürliche Definition der

Kraftmaßzahlen K und der Massenmaßzahlen m gibt, erfordert eine weitere willkürliche Festsetzung über die Einheit entweder der Kraft oder der Masse. Aus meßtechnischen Gründen, die hier nicht erörtert zu werden brauchen, hat man sich für die willkürliche Festlegung der Masseeinheit entschieden, indem man hierfür einen ccm reinen Wassers von 4° C, das Gramm, gewählt hat. Grundsätzlich ist aber die Kraft als das primär Gegebene, die Masse als das Abgeleitete anzusehen.

Die obige Gleichung enthält insofern eine Erfahrungstatsache, als sie allgemein zum Ausdruck bringt, daß sie für jede Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ gültig sein soll. Dies ist nach neueren Theorien nicht der Fall, welche die Maßzahl m als Funktion der Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ auffassen. Hiermit wird also die träge Masse eines Körpers aus einer — wie man früher annahm — absoluten Konstanten zu einer nur für nicht zu große Geschwindigkeiten näherungsweise Konstanten, also zu einer Variabeln, und es sollen nur die im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sehr geringen Geschwindigkeiten, die bei Körperbewegungen praktisch vorkommen, die Veranlassung dafür abgeben, daß die Funktion $m = f\left(\frac{ds}{dt}\right)$ näherungsweise und in praktisch sehr weitgehendem Maße als eine Konstante erscheint.

Die schwere Masse, welche an die Gravitation anknüpft, ist möglicherweise ebenfalls eine Funktion der Geschwindigkeit oder anderer Parameter, wie z. B. der Temperatur. Es ist Sache der Erfahrung, hierüber zu entscheiden, wie über jeden Inhalt eines Naturgesetzes. Auch ist es Sache der Erfahrungswissenschaft, zu ergründen, ob die wägbare Materie für sich selbst besteht oder nur ein Zustand, etwa in einem Äther, ist.

Theoretisch ist die Masse häufig als „Menge der in einem Körper enthaltenen Materie gekennzeichnet worden".[1] Durch diese

[1] Mach spricht (populär-wissenschaftl. Vorlesungen 3. Aufl., Leipzig 1903, S. 232) sehr treffend als von einem „dunklen Klumpen", den wir unwillkürlich zum Begriff Masse hinzudenken.



Ausdrucksweise, die etwas Klares nicht zu bezeichnen scheint, wird der Masse eine besondere Stellung in der Physik zugewiesen, sie wird zu einer „Substanz". Die Neigung, Größen, die in einem Vorgange als zeitliche Konstanten auftreten, für letzte Realitäten zu erklären, die wir oben schon bei der Energie (§ 17) kennzeichneten, hat bei der Masse ihren Triumph gefeiert. Für uns hier ist die Masse ein abgeleiteter Begriff wie z. B. auch die Energie, und die Konstanz der Maßzahl einer Größe in einem Naturvorgang gilt uns ebensowenig als Beweis für das Vorhandensein einer Substanz, wie etwa die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum die selbständige Existenz der Lichtgeschwindigkeit beweist oder die Lichtgeschwindigkeit zu einer Substanz werden läßt. Aber andererseits vermag natürlich die Eigenschaft der Konstanz auch nichts über die Unwirklichkeit einer Größe auszusagen.

§ 23. Atome, Äther.

So sicher die Tatsache feststeht, daß die Begriffe der Physik aus Wahrnehmungsvorgängen abgeleitet sind und durch direkte Sinnesempfindungen am klarsten mit Inhalt versehen werden können, so willkürlich ist es, wenn man fordert, daß nur solche Begriffe, die innerhalb der Schranken unserer Wahrnehmungsfelder aufgestellt sind, als physikalische Grundbegriffe anzunehmen sind; eine solche Forderung, die die streng positivistischen Physiker aufgestellt haben, bedeutet eine physiologische Fessel, die der auf versuchsweise Interpolation und Extrapolation der Wahrnehmungsgrößen gerichteten Physik fremd ist. Ebenso wie wir Längen und Zeiten physikalisch weit über ihre Anschauungsgrenzen ausdehnen (vgl. § 4), so müssen wir versuchsweise auch alle anderen physikalischen Begriffe erweitern können.

Die über die Grenze des Vorstellbaren vorgenommene Zerteilung von Naturkörpern in kleine Teile macht zunächst bei einer bestimmten Grenze von etwa 10^{-24} g halt. Nach dem heutigen Stande der Wissenschaft bezeichnet diese kleine Masse ein Atom Wasserstoff. Andere chemische Elemente haben Atommassen von etwas größeren Beträgen, aber gleicher Größenord-

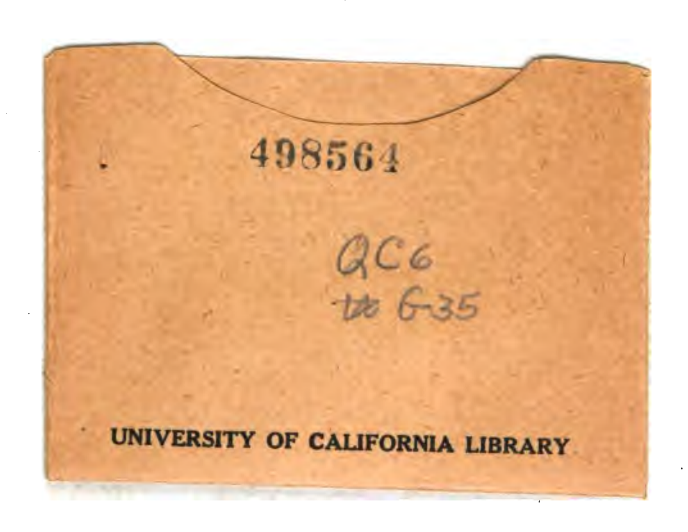
nung. Noch kleiner sind die Atome der negativen Elektrizität, der Elektronen, deren Masse (Trägheitswiderstand) auf 10^{-27} g angegeben wird. Damit ist die kleinste Masse erreicht, die die heutige Forschung kennt. Wir haben in diesen Zahlen nicht lediglich theoretische Ergebnisse, die sich in Rechnungen gut verwenden lassen und die deshalb als „Arbeitshypothese" wertvoll sind, zu erblicken, sondern wir haben uns zu fragen, ob wir diese kleinen Größen und die ganze Atomtheorie für Wahrheit und für Wirklichkeit halten sollen. Natürlich wird der Grad der Wirklichkeit nur derjenige der dritten Stufe (vgl. § 6) sein können, *direkt wahrnehmen* und erleben können wir die Atome und Elektronen nicht. Aber der ehrliche Physiker tut gut, sich keine reservatio mentalis vorzubehalten, ob er die Atome für wirklich halten soll oder nicht: für ihn ist die Hauptfrage die, ob es *wahr* ist, daß es Atome gibt und welches ihre *wahren* Eigenschaften sind. Es ist anzunehmen, daß es immer nur möglich sein wird, einen *Indizienbeweis* für die Wahrheit dieser Größen zu geben und nie den direkten Beweis der ersten Stufe (vgl. § 2); dies ist aber keine Frage der Wahrheit, sondern eine technische Frage des *Nachweises* der Wahrheit.

Ebenso wie mit den Atomen, steht es mit dem Äther. Der Äther in einem physikalischen Raum ist dasjenige hypothetische Medium, d. h. derjenige Naturkörper, welcher auch bei *Abwesenheit* aller wägbaren Naturkörper, wie Gase, Flüssigkeiten, feste Körper, elektrische und magnetische Energien beherbergt und elektromagnetische Wellenenergie mit Lichtgeschwindigkeit fortleitet. Ob dieser Äther seinerseits aus Atomen besteht oder kontinuierlich ist, ob er einheitlich oder eine Mischung verschiedener Äthersorten ist, alles das ist Aufgabe der Physik näher zu erforschen. Auch der Äther ist für den Physiker kein denkökonomischer oder aus anderen formalen Gründen zu behandelnder Einfall, sondern entweder eine Tatsache oder nichts: gibt es wirklich einen Weltäther oder nicht? Welches sind seine wirklichen Eigenschaften? Das sind die wesentlichen Fragen, die zu beantworten Aufgabe der physikalischen Forschung ist.

Die Atomtheorie wie auch der Äther sind zu manchen Zeiten in Mißkredit geraten. Es mag verständlich erscheinen, daß der Anschauung so unzugängliche Dinge wie Atome und Äther, wenn ihre Erkenntnis eine Weile leidenschaftlich erstrebt worden ist, auch wieder leidenschaftlich abgelehnt oder als überhaupt nicht vorhanden erklärt werden konnten. Es ist hier nicht der Ort, die Gründe für die Existenz der Atome und des Äthers zu erörtern, aber es sei erwähnt, daß neuerdings der Äther wieder in Aufnahme[1] gekommen ist, also der Triumph über diesen „phantastischen" und „überflüssigen" Rest aus der „alten" Physik offenbar verfrüht war.

---

[1] Vgl. besonders P. Lenard, Über Äther und Materie, Heidelberger Akademie 2. Aufl. 1911. Neuere Auflagen im Verlage Hirzel, Leipzig. Dagegen will N. Campbell, Phil. Mag. London 19, S. 190, 1910, den Äther zu dem „Kehrichthaufen" überführen, „wo schon der „Phlogiston" und der „Wärmestoff" modern".


498564
QC6
G35
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

